

VŠB – Technická univerzita Ostrava  
Univerzitní studijní program – Mechatronika  
Katedra automatizační techniky a řízení

# **Číslicové řízení**

Digital control

Student:

Bc. Petr Wzatek

Vedoucí diplomové práce:

prof. Ing. Miluše Vítečková, CSc.

## Zadání diplomové práce

Student:

**Bc. Petr Wzatek**

Studijní program:

N3943 Mechatronika

Studijní obor:

3906T006 Mechatronické systémy

Téma:

Číslicové řízení  
Digital Control

Jazyk vypracování:

čeština

Zásady pro vypracování:

1. Popište a analyzujte základní struktury a vlastnosti analogových regulátorů a jejich odpovídajících číslicových realizací.
2. Ověřte kvalitu regulace pro číslicové regulátory seřizené metodou požadovaného modelu na základě přesných a přibližných hodnot stavitelných parametrů a přibližných hodnot získaných pro odpovídající analogové regulátory v rozsahu změn doporučených hodnot vzorkovací periody.
3. Vyberte laboratorní model pro ověření získaných výsledků.
4. Získané výsledky kriticky zhodnoťte z hlediska praktického využití.

Seznam doporučené odborné literatury:

O'DWYER, Aidan, 2009. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Third Edition. London: Imperial College Press. ISBN-13 978-1-84816-242-6.  
PIVOŇKA, Petr, 2003. *Číslicová řídicí technika*. Brno: VUT v Brně, 151 str.  
VÍTEČKOVÁ, Miluše, 2017. *Metoda požadovaného modelu*. Monografie. 1. vydání. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita. ISBN 978-80-248-4052-9.  
VÍTEČKOVÁ, Miluše a Antonín VÍTEČEK, 2011. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita. ISBN 978-80-248-2503-8.

Formální náležitosti a rozsah diplomové práce stanoví pokyny pro vypracování zveřejněné na webových stránkách fakulty.

Vedoucí diplomové práce: **prof. Ing. Miluše Vítečková, CSc.**

Datum zadání: 21.12.2018

Datum odevzdání: 20.05.2019





doc. Ing. Renata Wagnerová, Ph.D.  
vedoucí katedry



Ing. Zdeňka Chmelíková, Ph.D.  
prorektorka pro studium

### **Prohlášení studenta**

Prohlašuji, že jsem celou diplomovou práci vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a uvedl jsem všechny použité podklady a literaturu.

V Ostravě .....

.....

**Bc. Petr Wzatek**

## Prohlášení studenta

Prohlašuji, že:

- jsem si vědom, že na tuto moji závěrečnou diplomovou práci se plně vztahuje zákon č.121/2000 Sb. Zákon o právu autorském, o právech souvisejících s právem autorským a o změně některých zákonů (dále jen Autorský zákon), zejména §35 (Užití díla v rámci občanských či náboženských obřadů nebo v rámci úředních akcí pořádaných orgány veřejné správy, v rámci školních představení a užití díla školního) a §60 (Školní dílo),
- beru na vědomí, že Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava (dále jen „VŠB-TUO“) má právo užít tuto závěrečnou diplomovou práci nekomerčně ke své vnitřní potřebě (§35 odst. 3 Autorského zákona),
- bude-li požadováno, jeden výtisk této diplomové práce bude uložen u vedoucího práce,
- s VŠB-TUO, v případě zájmu z její strany, uzavřu licenční smlouvu s oprávněním užít dílo v rozsahu §12 odst. 4 Autorského zákona,
- užít toto své dílo, nebo poskytnout licenci k jejímu využití, mohu jen se souhlasem VŠB-TUO, která je oprávněna v takovém případě ode mne požadovat přiměřený příspěvek na úhradu nákladů, které byly VŠB-TUO na vytvoření díla vynaloženy (až do jejich skutečné výše),
- beru na vědomí, že – podle zákona č.111/1998Sb., o vysokých školách a o změně a doplnění dalších zákonů (zákon o vysokých školách), ve znění pozdějších předpisů – že tato diplomová práce bude před obhajobou zveřejněna na pracovišti vedoucího práce, a v elektronické podobě uložena a po obhajobě zveřejněna v Ústřední knihovně VŠB-TUO, a to bez ohledu na výsledek její obhajoby.

V Ostravě, dne .....

.....

Podpis autora práce

Jméno a příjmení autora práce: Petr Wzatek

Adresa trvalého pobytu autora práce: Závada, 177 - Petrovice u Karviné, 735 72

## ANOTACE DIPLOMOVÉ PRÁCE

WZATEK, P. *Číslicové řízení: diplomová práce*. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, Katedra automatizační techniky a řízení, 2019, 66 s. Vedoucí práce: prof. Ing. Miluše Vítečková, CSc.

Diplomová práce se zabývá číslicovými regulátory se zaměřením na jejich seřízení metodou požadovaného modelu. Jsou popsány a analyzovány základní vlastnosti analogových PID regulátorů a jejich číslicových realizací. Jsou realizovány různé simulační modely číslicových regulátorů v programovém prostředí Simulink. S vybraným regulátorem je simulovaná regulace různých typů regulovaných soustav. Simulačně je ověřena kvalita regulačního pochodu pro regulační obvod s číslicovým regulátorem, který je seřízený Metodou požadovaného modelu. Číslicové regulátory jsou seřízené také pomocí jiných metod syntézy, které nejsou primárně určené pro číslicové regulátory. Výsledky simulace jsou ověřeny na laboratorním modelu stejnosměrného motoru.

**Klíčová slova:** regulace, číslicové řízení, vzorkování, PID regulátor, seřízení regulátorů, metoda požadovaného modelu .

## ABSTRACT OF THE MASTER'S THESIS

WZATEK, P. *Digital control: Master's thesis*. Ostrava: VŠB – Technical University of Ostrava, Department of Control Systems and Instrumentation, 2019, 66 p. Thesis head: prof. Ing. Miluše Vítečková, CSc.

Master's thesis deals with the issue of digital control with focus on synthesis with desired model method. There are analysed and described the basic properties of analog PID controller and its digital realisation. There are realised many simulation models of digital controllers in program environment Simulink. The chosen controller is used for simulation of control with many types of controlled system. The quality of regulation is verified for control circuit with digital controller synthesized with desired model method. Digital controllers are also synthesized with method, which are not primary used for digital controllers the results are verified on laboratory model of DC motor.

**Key words:** control, digital control, sampling, PID controller, controller synthesis, desired model method.

# Obsah

<b>Seznam použitých symbolů a zkratk</b> .....	<b>7</b>
<b>Úvod</b> .....	<b>10</b>
<b>1 Analýza analogových a číslicových regulátorů</b> .....	<b>11</b>
1.1 Číslicový regulační obvod.....	11
1.2 Analogový regulátor.....	14
1.3 Číslicový PID regulátor.....	16
1.4 Filtrace derivační složky .....	18
1.5 Vzorkovací perioda .....	20
1.6 Simulace analogového regulátoru – standardní přenos.....	21
1.7 Simulace analogového regulátoru – <i>Transfer function</i> blok .....	23
1.8 Simulace analogového regulátoru – <i>PID function</i> blok .....	25
1.9 Simulace číslicového regulátoru – standardní přenos .....	27
1.10 Simulace číslicového regulátoru – <i>PID function</i> blok .....	29
1.11 Simulace číslicového regulátoru – dopředná sumace .....	31
<b>2 Seřizování číslicových regulátorů</b> .....	<b>32</b>
2.1 Metoda požadovaného modelu .....	32
2.2 Metoda násobného dominantního pólu .....	36
2.3 „Univerzální“ experimentální metoda.....	37
2.4 Metoda SIMC.....	38
2.5 Kvalita regulace .....	39
2.6 Seřízení regulátoru – Integrační soustava .....	40
2.7 Seřízení regulátoru – Proporcionální soustava se setrvačností 1. řádu .....	44
2.8 Seřízení regulátoru – Integrační soustava se 1. řádu.....	49
2.9 Seřízení regulátoru – Proporcionální soustava se setrvačností 2. řádu .....	52
<b>3 Ověření na reálném zařízení</b> .....	<b>55</b>
3.1 Popis a realizace laboratorního modelu .....	55
3.2 Naměřené výsledky a porovnání se simulací .....	57
<b>4 Závěr</b> .....	<b>63</b>
<b>Seznam použité literatura</b> .....	<b>65</b>

## Seznam použitých symbolů a zkratk

$A(\omega)$	modul kmitočtového přenosu
$c_i$	konstanty, výrazy
$d$	relativní dopravní zpoždění u diskretních systémů
$e$	regulační odchylka
$E$	obraz regulační odchylky
$G(s)$	(obrazový) L-přenos (Laplaceův přenos), L-obraz (spojité) impulsní (váhové) funkce
$G(z)$	diskretní (obrazový) Z-přenos, Z-obraz diskretní impulsní funkce
$G_D$	přenos dopravního zpoždění
$G_P$	část přenosu regulované soustavy, která neobsahuje dopravní zpoždění
$G_O$	přenos otevřeného regulačního obvodu
$G_R$	přenos regulátoru
$G_S$	přenos soustavy
$G_{wy}$	přenos řízení
$f = \frac{\omega}{2\pi}$	kmitočet (frekvence) [Hz]
$i$	činitel interakce
$I_i$	integrální kritéria kvality regulace ( $i = IAE$ – absolutní regulační plocha, $i = ITAE$ – časem násobená absolutní regulační plocha)
$I_{IAE}^D$	sumační kritérium kvality regulace absolutní regulační plochy
$j = \sqrt{-1}$	imaginární jednotka
$k$	relativní diskretní čas
$k_1$	koeficient přenosu
$kT$	diskretní čas
$k_o$	zesílení otevřeného regulačního obvodu
$K_D$	diferenční konstanta (váha diferenční složky) regulátoru
$K_P$	proporcionální konstanta (váha proporcionální složky) regulátoru, zesílení
$K_I$	sumační konstanta (váha diferenční složky) regulátoru
$k_o$	zesílení otevřeného regulačního obvodu
$L$	operátor přímé L-transformace
$L^{-1}$	operátor zpětné L-transformace
$N$	konstanta u filtru derivační složky regulátoru

$s = \alpha + j\omega$	komplexní proměnná, nezávisle proměnná u obrazu v L-transformaci (Laplaceově transformaci) [ $s^{-1}$ ]
$t$	spojitý čas
$t_m$	doba dosažení maximální hodnoty
$t_o$	doba odezvy
$t_r$	doba regulace
$T$	vzorkovací perioda
$T_d$	dopravní zpoždění u spojitých systémů (členů)
$T_D$	derivační časová konstanta
$T_F$	filtrační časová konstanta
$T_I$	integrační časová konstanta
$T_i$	setrvačná časová konstanta ( $i = 0,1,2 \dots$ )
$T_k$	kritická perioda
$T_w$	časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu
$u$	akční veličina, vstupní veličina
$u_T$	tvarovaná akční veličina
$v, v_1$	poruchová veličina
$w$	žádaná veličina
$W$	obraz žádané veličiny
$x$	obecná veličina
$y$	regulovaná veličina
$y_m$	maximální hodnota regulované veličiny při překmitu
$Y$	obraz regulované veličiny
$z$	komplexní proměnná v Z-transformaci
$Z$	operátor přímé Z-transformace
$Z^{-1}$	operátor zpětné Z-transformace
$\alpha$	koeficient závislý na relativním překmitu u MPM
$\alpha = \text{Re } s$	reálná část komplexní proměnné $s$
$\beta$	koeficient závislý na relativním překmitu u MPM
$\gamma$	komplexní proměnná u D-transformace
$\delta$	relativní tolerance regulačního pochodu
$\omega$	úhlový kmitočet
$\omega_m$	mezní úhlový kmitočet
$\omega_V$	vzorkovací kmitočet



$\xi_0$	relativní tlumení
$\kappa$	relativní překmit
$\nabla$	zpětná diference
A/Č	analogově číslicový převodník
AR	analogový regulátor
Č/A	číslicově analogový převodník
ČR	číslicový regulátor
D	derivační složka regulátoru
I	integrační složka analogového regulátoru
IPC	průmyslový počítač
MPM	metoda požadovaného modelu
MPM-analogový	seřízení analogových regulátorů metodou požadovaného modelu
MPM-přesné	seřízení číslicových regulátorů metodou požadovaného modelu na základě přesných vztahů
MPM-přibližné	seřízení číslicových regulátorů metodou požadovaného modelu na základě přibližných vztahů
MPM-zpoždění	seřízení číslicových regulátorů metodou požadovaného modelu na základě vztahů přibližných hodnot pro analogové regulátory s přidanou hodnotou dopravního zpoždění
MNDP	metoda násobného dominantního pólu
P	proporcionální regulátor, proporcionální složka u regulátoru
PI	proporcionálně integrační analogový regulátor
PD	proporcionálně integrační analogový regulátor
PID	proporcionálně integračně derivační analogový regulátor
PIDi	proporcionálně integračně derivační analogový regulátor s interakcí
PSD	proporcionálně sumačně diferenční regulátor
R	regulátor
Re	reálný, reálná část
S	regulovaná soustava, sumační složka regulátoru
SIMC	metoda seřizování regulátorů navržena Skogestadem
UEM	univerzální experimentální metoda

## Úvod

Automatické řízení je jedno z nejdůležitějších odvětví aplikované vědy a strojnictví. Využití automatizace se dotýká všech průmyslových odvětví. V současné době průmysl vyžaduje seřizování regulátorů zajišťující dostatečnou kvalitu, výkonnost a cenu. O jejich aplikaci byly vytvořeny rozsáhle publikace a se stále zvyšujícím zájmem se toto odvětví rychle rozvíjí. Nejdůležitější součástí automatického řízení je propojit proces se zpětnou vazbou tak, aby vstup vždy souhlasil s odpovídajícím výstupem. Velkého technologického pokroku se dosáhlo přetransformováním systému takovým způsobem, aby mohl být připojen k počítačové technice. Tyto řídicí systémy jsou schopné regulovat mnohem rychleji, efektivněji a s velkou spolehlivostí. V dnešní době jsou tyto systémy realizovány pomocí mikrokontrolerů a mikroprocesorů. (Víteček, Vítečková, 2011; Veloni, Miridakis, 2018).

Většina reálných systémů ve fyzickém světě má spojitý průběh. Komunikace v počítači probíhá v čase diskrétním. Velkou překážkou je zajistit interakce mezi analogovými a číslicovými systémy. Je nutné zajistit vhodnou konfiguraci, aby oba dva signály mohly být zpracovány. Přepínání mezi těmito signály probíhá pomocí vzorkovačů signálů. Vzhledem k těmto změnám je nutné mít trochu jiný pohled na správné seřízení regulátorů. (Víteček, Vítečková, 2011; Veloni, Miridakis, 2018).

Diplomová práce se zabývá regulačními obvody se zaměřením na číslicové regulátory a číslicové obvody. Pozornost je zaměřena na číslicovou PID regulaci a její kvalitní seřízení vybranými metodami, zejména metodou požadovaného modelu. Pro různé regulované soustavy je zjišťován vliv stavitelných parametrů a vzorkovací periody na kvalitu regulace. Stavitelné parametry číslicových regulátorů jsou vypočítány z tabulek metody požadovaného modelu pro přesné a přibližné hodnoty a hodnoty získané z předpokladu, že číslicový regulátor je seřízený jako analogový regulátor, kde je zvýšené dopravní zpoždění o polovinu vzorkovací periody. Podle posledního předpokladu jsou ověřeny i metody seřízení, které nejsou primárně určené pro číslicové regulátory.

Pro ověření simulačních výsledků byl vybrán laboratorní model stejnosměrného motoru. Pro motor je určen přenos regulované soustavy a obvod je seřízen stejným způsobem, jako při simulované úloze. Model motoru byl rovněž zpětně vymodelován v simulovaném prostředí Simulink.

Cílem práce je podrobně analyzovat číslicové regulátory a rozšířit si tak poznatky o číslicovém řízení a standardních PID regulátorů a jejich využití v průmyslu.

# 1 Analýza analogových a číslicových regulátorů

V této kapitole jsou rozebrány základní struktury analyzovaných analogových regulátorů a jejich číslicových realizací. Cílem kapitoly je zvolit vhodný simulační model analogového a číslicového regulátoru pro další body diplomové práce.

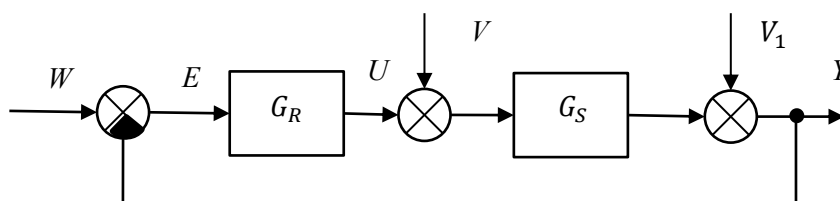
Pod pojmem automatická regulace se myslí uzavřený regulační obvod se zpětnou vazbou. Regulační obvod je soubor technických prostředků, které zabezpečují automatické udržení vybrané veličiny na požadovanou hodnotu. Na obr. 1.1 je znázorněn jednoduchý analogový regulační obvod. Cílem regulace je, aby se výstupní veličina blížila k žádané veličině nebo byla eliminována porucha vstupující do regulačního obvodu (Víteček, Vítečková, 2011).

Cíl řízení lze vyjádřit ve tvaru (při použití analogové regulátoru)

$$y(t) \rightarrow w(t), Y(s) \rightarrow W(s), \quad (1.1)$$

nebo

$$e(t) \rightarrow 0, E(s) \rightarrow 0. \quad (1.2)$$



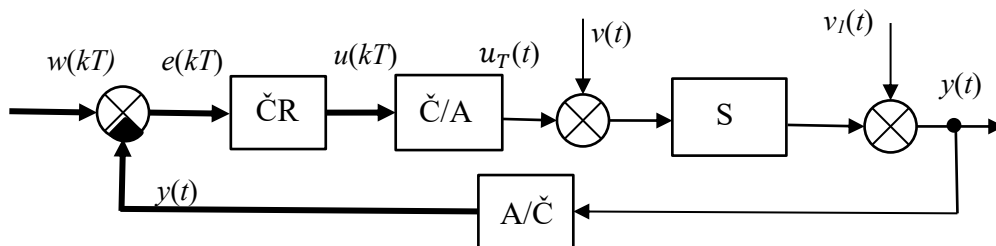
Obr. 1.1: Blokové schéma regulačního obvodu

Na obr. 1.1 je v oblasti komplexní proměnné  $W$  – obraz žádané veličiny,  $E$  – obraz regulační odchylky,  $U$  – obraz akční veličiny,  $Y$  – obraz regulované veličiny,  $V$  – obraz poruchových veličiny,  $G_R$  – přenos regulátoru,  $G_S$  – přenos soustavy.

## 1.1 Číslicový regulační obvod

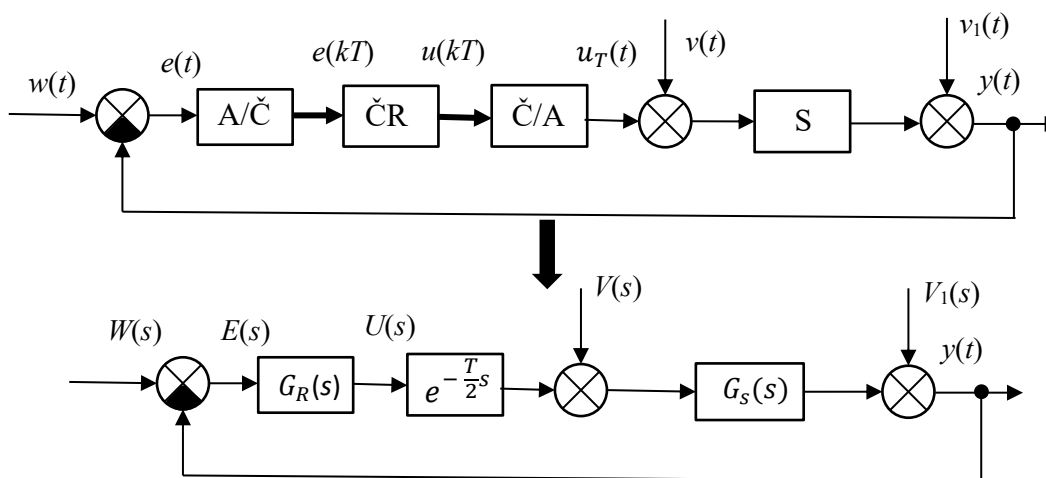
Číslicové řízení se liší oproti analogovému tím, že se v obvodu vyskytují signály diskrétní v čase  $kT$ . K převodu veličiny slouží A/Č a Č/A převodníky. V číslicovém regulátoru se nahrazuje integrace a derivace diferenčními rovnicemi. Předpokládá se, že kvantizační chyba převodníků je zanedbatelná, tudíž pojmy číslicové a diskrétní se mezi sebou nerozlišují (Víteček, Vítečková, 2011).

Jednoduchý regulační obvod s číslicovým regulátorem na obr. 1.2 má Č/A převodník za regulátorem a A/Č převodník ve zpětné vazbě. Diskrétní veličiny jsou zaznačeny tučnou čarou. Na obr. 1.2 je ČR – číslicový regulátor, S – regulovaná soustava, Č/A – číslicově analogový převodník, A/Č – analogově číslicový převodník,  $u_T$  – tvarovaná akční veličina.



Obr. 1.2: Regulační obvod s číslicovým regulátorem

Regulační obvod na obr. 1.3 má oproti původnímu obvodu (Obr. 1.2) přesunutý A/Č převodník před číslicový regulátor. Lze tedy společně na tento regulátor a převodníky pohlížet jako celek na analogový regulátor. Pro přibližnou syntézu lze použít spojitý regulační obvod (Obr. 1.3 dole). (Víteček, Vítečková, 2011).

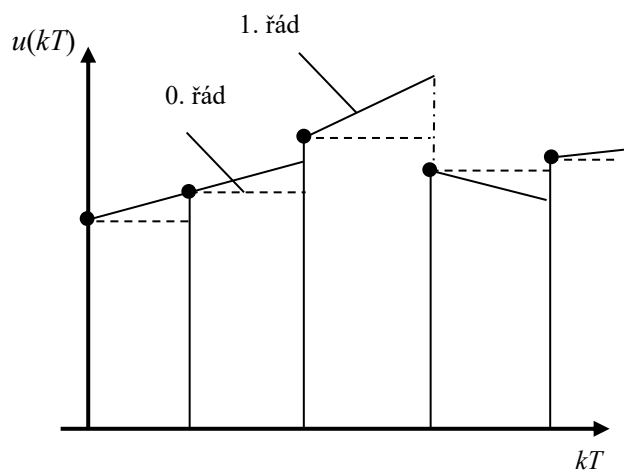


Obr. 1.3: Regulační obvod s číslicovým regulátorem – transformace obvodu na spojitý (Víteček, Vítečková, 2011)

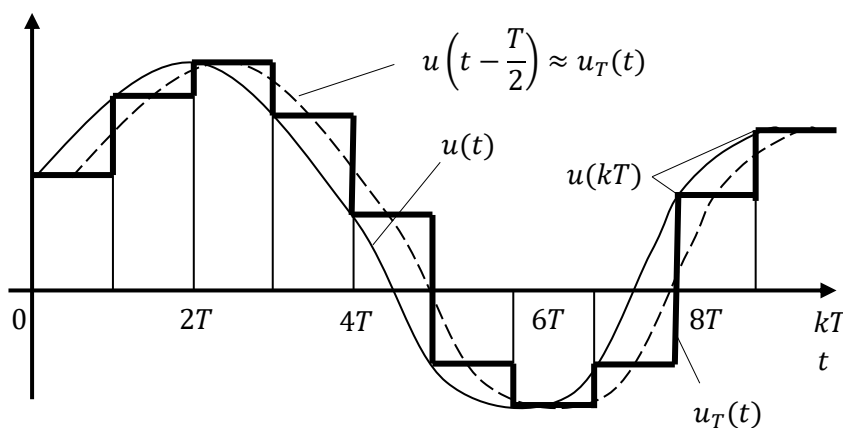
Předpokládá se, že převodníky mají tvarovač nultého řádu, a tedy akční tvarovaná veličina má tvar stupňovité časové funkce. Tvarovač nultého řádu drží akční veličinu na dané hodnotě, kdežto u tvarovače prvního řádu hodnota závisí na rozdílu daných hodnot mezi diskrétními kroky (obr. 1.4). V průmyslu se tvarovače vyšších řádů nevyužívají kvůli obtížnosti realizace. Pokud vzorkovací perioda  $T$  bude velmi malá, lze akční veličinu vyjádřit jako zpožděný spojitý signál

$$u\left(t - \frac{T}{2}\right) \approx u_T(t). \quad (1.3)$$

Pro tuto sestavu se tedy navrhnu parametry analogového regulátoru, kde se k regulované soustavě přidá dopravní zpoždění o velikosti  $\frac{T}{2}$ . Lze tak použít k seřízení číslicového regulátoru metody, které jsou určeny pro analogové regulátory. V případě, že metoda seřízení není vhodná pro soustavy s dopravním zpožděním, lze použít aproximaci dopravního zpoždění Taylorovým rozvojem (Víteček, Vítečková, 2011).



Obr. 1.4: Tvarování nultého a prvního řádu



Obr. 1.5: Zpožděný spojitý signál

Další řešení číslicového obvodu je založeno na umístění A/Č převodníku za soustavu a určení Z-přenosu soustavy  $G_S(z)$ . Z-přenos soustavy je určen pomocí vztahů

$$G_S(z) = G_P(z)G_D(z). \quad (1.4)$$

$$G_P(z) = \frac{z-1}{z} Z \left\{ L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} G_S(s) \right\} \right\} \Big|_{t=kT} \quad (1.5)$$

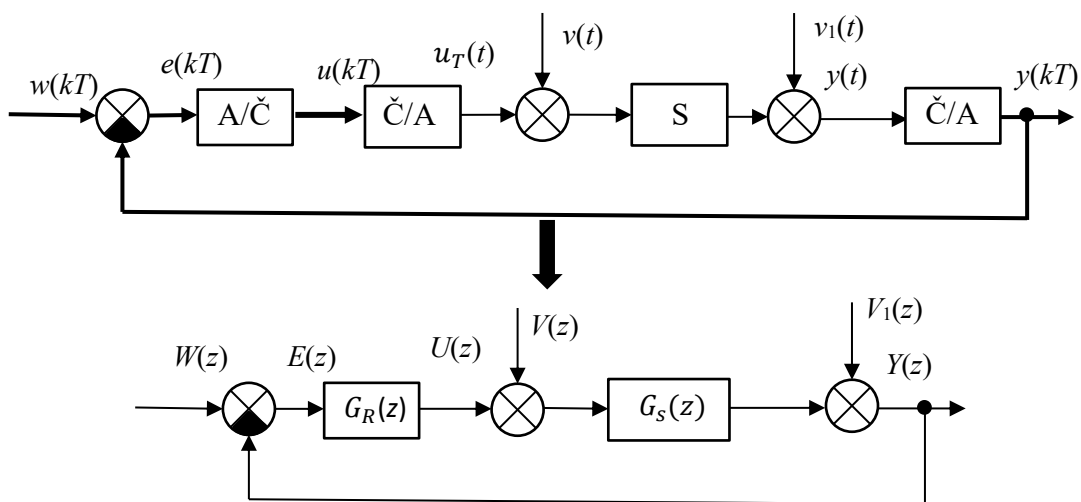
a

$$G_D(s) = e^{-T_d s} = e^{-dT_s} \leftrightarrow G_D(z) = z^{-d} \quad (1.6)$$

kde

$$d = \frac{T_d}{T}. \quad (1.7)$$

Diplomová práce se zabývá regulačními obvody (obr. 1.2) a (obr. 1.3). Pro tyto obvody jsou použity PID regulátory, které se v průmyslu vyskytují nejčastěji.



Obr. 1.6: Regulační obvod s číslicovým regulátorem – transformace obvodu na diskretní (Víteček, Vítečková, 2011)

## 1.2 Analogový regulátor

Většina regulátorů jsou konstruovány jako PID regulátory. Jsou realizovány jako kombinace 3 složek: P – proporcionální, I – integrační a D – derivační. PID regulátor obsahuje všechny složky a ostatní regulátory jsou od toho odvozeny vynecháním jednotlivých složek (Tab. 1.1). Regulátor PID je popsán vztahy:

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}, \quad (1.8 a)$$

$$u(t) = K_P \left[ e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (1.8 b)$$

kde  $K_P$  – váha proporcionální složky,  $K_I$  – váha integrační složky,  $K_D$  – váha derivační složky,  $T_I$  – integrační časová konstanta,  $T_D$  – derivační časová konstanta. Vhodnou volbou stavitelných parametrů se zajistí kvalitní regulační pochod pro vybranou soustavu. (Víteček, Vítečková, 2011).

Přenosy analogových regulátorů jsou vyjádřené pomocí Laplaceové transformace. Nejčastěji se v praxi používá standardní sériový regulátor odvozený ze vztahu (1.8 b), vyjádřený přenos

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) = K_P \frac{T_I T_D s^2 + T_I s + 1}{T_I s}. \quad (1.9)$$

Další tvar je sériový s interakcí

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K'_P \left( 1 + \frac{1}{T'_I s} \right) (1 + T'_D s) = K'_P \frac{(T'_I s + 1)(T'_D s + 1)}{T'_I s}. \quad (1.10)$$

nebo paralelní tvar (1.8 a)

$$G_R(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}, \quad (1.11)$$

kde  $K'_P, T'_I, T'_D$  – jsou stavitelné parametry regulátoru sériového s interakcí (Víteček, Vítečková, 2011).

Mezi stavitelnými parametry regulátorů platí jednoduché převodní vztahy:

$$K_I = \frac{K_P}{T_I}, K_D = K_P T_D, \quad (1.12)$$

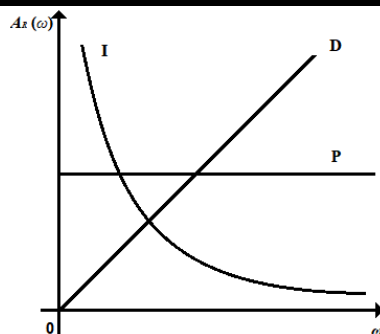
$$K_P = K'_P i, T_I = T'_I i, T_D = \frac{T_D'}{i}, i = 1 + \frac{T_D'}{T'_I} \quad (1.13)$$

kde  $i$  je činitel interakce (Víteček, Vítečková, 2011).

Vynecháním složek z PID regulátoru vzniknou jednodušší regulátory, jejich přenosy jsou v tab. 1.1. Návrh regulátoru závisí na vybraném regulátoru a na regulované soustavě. Je pravidlem navrhovat co nejjednodušší regulátor k zabránění složitosti systému.

Tab. 1.1 L-přenosy konvenčních analogových regulátorů

	Typ	L-přenos
1	P	$K_P$
2	I	$\frac{1}{T_I s}$
3	PI	$K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s}\right)$
4	PD	$K_P(1 + T_D s)$
5	PID	$K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s\right)$
6	PID <sub>i</sub>	$K'_P \left(1 + \frac{1}{T'_I s}\right) (1 + T'_D s)$



Obr. 1.7: Moduly jednotlivých složek PID regulátoru

Tab. 1.2 Vliv zvyšování jednotlivých složek regulátoru na regulační pochod (Veloni, Miridakis, 2018)

Složka regulátoru	Doba náběhu	Překmit	Doba regulace	Regulační odchylka	Stabilita
P	Zmenšení	Zvýšení	Nepatrná změna	Zmenšení	Destabilizující
I	Zmenšení	Zvýšení	Zvýšení	Eliminace	Destabilizující
D	Nepatrná změna	Zmenšení	Zmenšení	Nepatrná změna	Stabilizující

### 1.3 Číslicový PID regulátor

Číslicové PID regulátory, označované taky jako PSD regulátory, jsou odvozeny z PID regulátoru diskrétní náhradou integrace a derivace. V praxi se využívá několik způsobů náhrady integrace a derivace. Nejčastěji se používá zpětná obdélníková metoda, kde je integrační složka nahrazena zpětnou sumací

$$\int_0^{t=kT} e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=1}^k e(iT), \quad (1.14)$$

a derivace zpětnou diferencí

$$\frac{de(t)}{dt} \approx \frac{e(kT) - e[(k-1)T]}{T} \quad (1.15)$$

Kromě toho se dá využít dopředná obdélníková metoda sumace

$$\int_0^{t=kT} e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=0}^{k-1} e(iT), \quad (1.16)$$

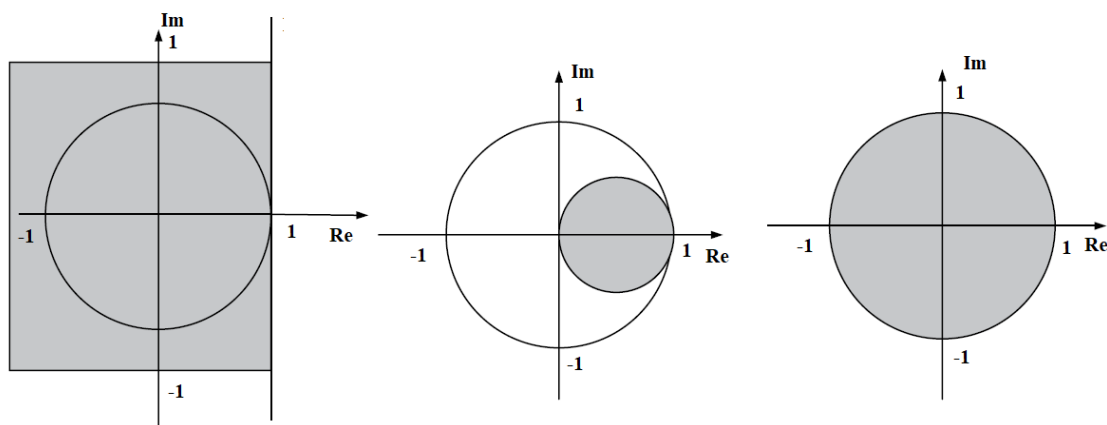
a lichoběžníková zpětná metoda sumace

$$\int_0^{t=kT} e(\tau) d\tau \approx T \sum_{i=1}^k \frac{e(kT) + e[(i-1)T]}{2}. \quad (1.17)$$

Nejčastěji se používá aproximace zpětnou obdélníkovou metodou, kde integrační složka je nahrazena zpětnou sumací a derivační složka je nahrazena zpětnou diferencí (Víteček, Vítečková, 2011).

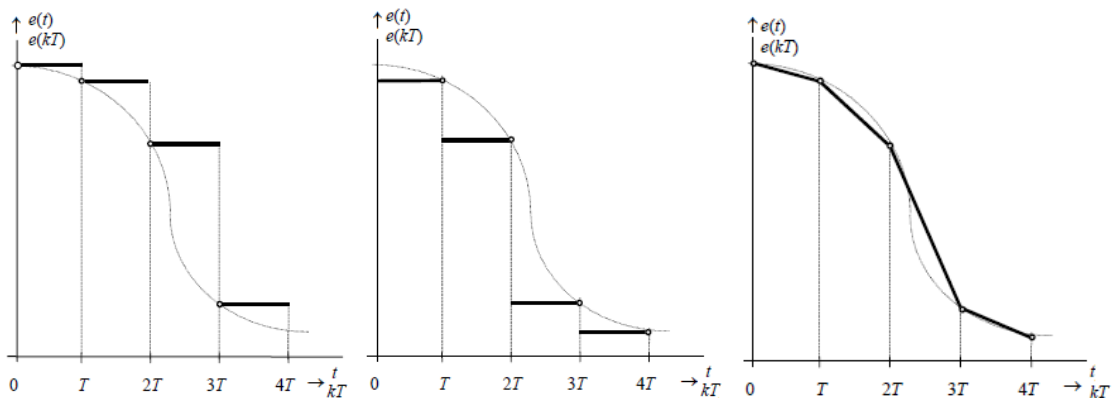
Tab. 1.3 – Vztahy mezi s a z pro jednotlivé metody diskretizace integrálu

Metoda	Náhrady	
Dopředná sumace	$s \rightarrow \frac{z-1}{T}$	$z \rightarrow 1 + Ts$
Zpětná sumace	$s \rightarrow \frac{z-1}{Tz}$	$z \rightarrow \frac{1}{1-Ts}$
Lichoběžníková sumace	$s \rightarrow \frac{2z-1}{Tz+1}$	$z \rightarrow \frac{1 + \frac{T}{2}s}{1 - \frac{T}{2}s}$



Obr. 1.8: Stabilní oblasti dopředné, zpětné a lichoběžníkové metody (Veloni, Miridakis, 2018)





Obr. 1.9: Dopředná náhrada, zpětná náhrada a lichoběžníková náhrada (Pivoňka, 2003)

Při malé hodnotě vzorkovací periody  $T$  jsou rozdíly sumací zanedbatelné. Dále bude používána zpětná metoda, vzhledem k jednoduchosti a dostačující přesnosti. Vztah pro tento číslicový regulátor je

$$u(kT) = K_p e(kT) + K_I T \sum_{i=1}^k e(iT) + \frac{K_D}{T} \{e(kT) - e[(k-1)T]\} \quad (1.18 \text{ a})$$

$$u(kT) = K_p \left[ e(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=1}^k e(iT) + \frac{T_D}{T} \{e(kT) - e[(k-1)T]\} \right]. \quad (1.18 \text{ b})$$

Tab. 1.4 Konvenční číslicové regulátory se zpětnou obdélníkovou náhradou

	Typ	Aproximace	L-přenos
1	P	$K_p e(kT)$	$K_p$
2	I (S)	$\frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(kT)$	$\frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1}$
3	PI (PS)	$K_p \left[ e(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(kT) \right]$	$K_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} \right)$
4	PD	$K_p \left[ e(kT) + \frac{T_D}{T} \nabla e(kT) \right]$	$K_p \left( 1 + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$
5	PID (PSD)	$K_p \left[ e(kT) + \frac{T}{T_I} \sum_{i=0}^{k-1} e(kT) + \frac{T_D}{T} \nabla e(kT) \right]$	$K_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} + \frac{T_D}{T} \frac{z-1}{z} \right)$

Výše uvedený vztah (1.18 b) je pro polohové vyjádření číslicového regulátoru. Kromě tohoto vyjádření lze použít přírůstkové vyjádření. V praxi mikrokontrolery nejsou schopny uchovávat velké množství dat, které vyžaduje polohový vyjádření. Vzhledem ke své jednoduché implementaci se absolutní algoritmus ve velké míře využívá ve většině číslicových realizací. Přírůstkové vyjádření počítá se 3 posledními vzorky odchylek a odečtením změny žádané hodnoty  $u[(k-1)T]$ , tedy

$$u(kT) = u[(k-1)T] + K_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} + \frac{T_D}{T} \right) e(kT) - K_p \left( 1 + 2 \frac{T_D}{T} \right) e[(k-1)T] + K_p \frac{T_D}{T} e[(k-2)T], \quad (1.19)$$

nebo odvozený tvar (Víteček, Vítečková, 2011).

$$u(kT) = u[(k-1)T] + K_p \left( e(kT) - e[(k-1)T] + \frac{T}{T_I} e(kT) + \frac{T_D}{T} \{e(kT) - 2e[(k-1)T] + e[(k-2)T]\} \right). \quad (1.20)$$

Přírůstkové vyjádření se používá v regulátorech s integrační složkou. V opačném případě by regulátor neměl informaci o regulační odchylce. Regulátor je méně náchylný k chybám, protože se chyby neustále nesčítají, jako u polohového algoritmu. Další výhodou je realizace antiwindupu. Po dosažení maximální akční veličiny dojde u následujícího vzorku akční veličiny k velkému poklesu v závislosti na parametrech regulátoru. Nedochází tedy k překmitu, ale doba regulace je prodloužena.

## 1.4 Filtrace derivační složky

Derivační složka má teoreticky stabilizující vliv na regulační pochod. V praxi derivační složka zesiluje šum o vysokých frekvencích nebo rychlé změny. Při vyšších úhlových kmitočtech může parazitní část převládat nad užitečnou a může dojít k destabilizaci celého obvodu (Víteček, Vítečková, 2011).

Většina výrobců používá svou verzi regulátoru s filtrační složkou, zejména pro číslicové regulátory. Negativní šum je snížen použitím jednoduchého filtru s přenosem

$$\frac{1}{T_F s + 1} = \frac{1}{\frac{T_D}{N} s + 1}, \quad (1.21)$$

kde  $N$  omezuje zesílení na vyšších frekvencích. Pro průmyslové regulátory se doporučuje volit v rozmezí  $N = 5 \div 20$ . Dosazením filtru (1.21) tak vznikne náhradní přenos regulátoru (Víteček, Vítečková, 2011)

$$G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\frac{T_D}{N} s + 1} \right). \quad (1.22)$$

V knihovně Simulink programu MATLAB (verze R2017b) se liší *PID function* blok přenosem

$$G_R(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D N s}{s + N} \right) = k_p \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{\frac{1}{N} s + 1} \right). \quad (1.23)$$

Rozdíly mezi výše uvedenými přenosy je implementace filtrační časové konstanty. Pro přenos (1.22), kde filtrační konstanta

$$T_F = \frac{T_D}{N}, \quad (1.24)$$

závisí na velikosti derivační časové konstanty. Pro  $N = 10$  je maximální modul kmitočtového přenosu derivační složky

$$A_{Dmax}(\omega) = 10 \quad (1.25)$$

U přenosu (1.23) filtrační konstanta nezávisí na derivační časové konstantě a je pevně daná

$$T_F = \frac{1}{N} \quad (1.26)$$

a nelze určit maximální amplitudu derivační složky. Aby tento filtr fungoval, musí být pro  $N = 10$  zajištěna podmínka

$$\frac{1}{T_D} < N \Rightarrow T_D > 0,1. \quad (1.27)$$

Filtrace derivační složky u číslicových regulátorů je nezbytná, tedy i diferenční složka musí vždy obsahovat filtr. Jednoduchý filtr vznikne využitím analogie analogových regulátorů s filtrací (1.21) a její náhradou

$$\frac{1}{\frac{T_D}{N}s+1} \sim \frac{1}{\frac{T_D}{N}\frac{z-1}{z}+1} = \frac{N \cdot Tz}{(T_D+N \cdot T)z-T_D}. \quad (1.28)$$

Derivační složka číslicového regulátoru bude tedy ve tvaru (Víteček, Vítečková, 2011)

$$N \cdot T_D \frac{z-1}{(T_D+N \cdot T)z-T_D}. \quad (1.29)$$

Pro *PID function* blok filtrace znova nezávisí na velikosti filtrační konstanty a přenos má tvar

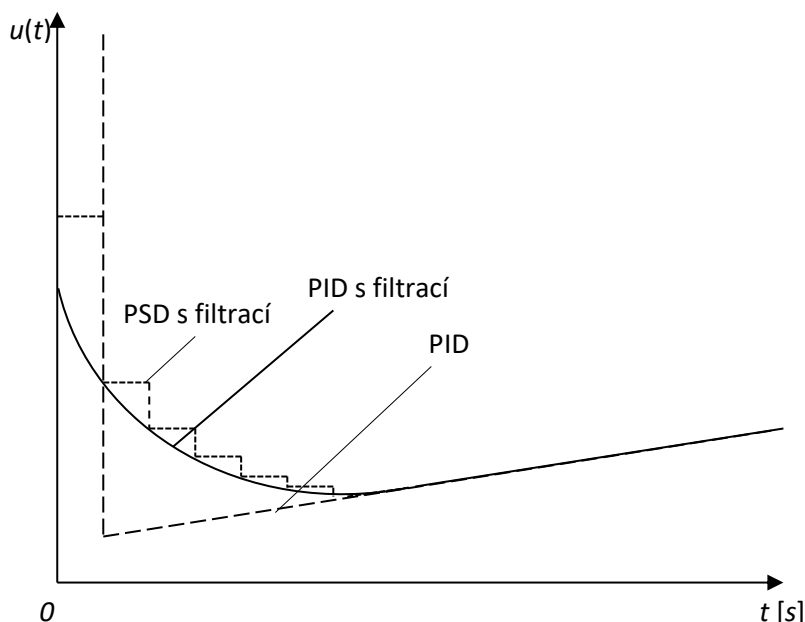
$$NT_D \frac{z-1}{(1+N \cdot T)z-1}. \quad (1.30)$$

Další realizace vychází z diskretizace rovnice

$$Z \left( L^{-1} \left( \frac{T_D s}{\frac{T_D}{N}s+1} \right) \right) = N \frac{1-z^{-1}}{1-e^{-\frac{T \cdot N}{T_D}} z^{-1}}, \quad (1.31)$$

a výsledný přenos (Pivoňka, 2003)

$$G_R(z) = K \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + N \frac{1-z^{-1}}{1-e^{-\frac{T \cdot N}{T_D}} z^{-1}} \right). \quad (1.32)$$



Obr. 1.10: Odezva regulátoru na skokovou změnu regulační odchylky při použití filtrační složky (Pivoňka, 2003)

## 1.5 Vzorkovací perioda

Vzorkovací perioda má velký negativní vliv na stabilitu regulačního obvodu. Zvyšuje vliv sumační složky a snižuje vliv diferenční složky. Mezi okamžiky vzorkování nemá regulátor informace o průběhu regulované veličiny a nemůže tak vhodně reagovat.

Vzorkovací perioda musí splnit Shannonův-Kotělníkův teorém. Aby došlo ke správné diskretizaci systému, musí být vzorkovací frekvence minimálně 2krát větší než maximální frekvence signálu. Pokud není tato podmínka splněna, může dojít k takzvanému aliasingu.

Jednou z možností volby vzorkovací periody  $T$  je vycházet z mezního úhlového kmitočtu  $\omega_m$  vzorkovacího signálu. Pro vzorkovací frekvenci

$$\omega_V = \frac{2\pi}{T} \quad (1.33)$$

je doporučováno rozmezí

$$\omega_V = (6 \div 30)\omega_m. \quad (1.34)$$

Dalším kritériem pro volbu vzorkovací periody

$$T = (0,07 \div 0,17)t_{0,95}, \quad (1.35)$$

kde je  $t_{0,95}$  doba, kdy přechodová funkce regulačního obvodu dosáhne 95 % ustálené hodnoty.

Z poznatků ze seřízení metody požadovaného modelu lze vycházet z předpokladu, že relativní pokles integračního kritéria  $I_{IE}^D$  pro číslicový regulátor ve srovnání s integračním kritériem  $I_{IE}$  by neměl překročit zadanou hodnotu  $\delta_{IE}$ .

$$\frac{I_{IE}^D - I_{IE}}{I_{IE}} < \delta_{IE}. \quad (1.36)$$

Pro nekmitavý regulační pochod platí

$$\frac{T}{T_d} < \frac{e}{4 - e} \delta_{IE}.$$

a pro hodnotu  $\delta_{IE} = 0,15$  je hodnota

$$T < 0,32 T_d, \quad (1.37)$$

kde  $T_d$  je dopravní zpoždění regulované soustavy. Vzhledem k dalším předpokladům lze pro volbu použít přibližný vztah

$$T \leq \frac{1}{3} \min \left( T_d, T_1, T_2, \xi_0 \frac{T_0}{2} \right). \quad (1.38)$$

Většina autorů uvádějí orientační hodnoty vzorkovací periody pro různé soustavy a procesy.

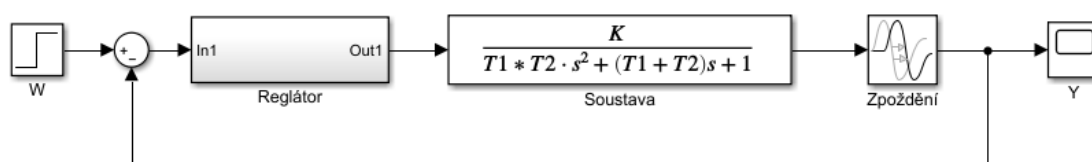
Tab. 1.5 Orientační hodnoty vzorkovací periody (Víteček, Vítečková, 2011)

Typ proměnné nebo soustava	Vzorkovací perioda [s]
průtok	1 ÷ 3
hladina	5 ÷ 10
tlak	1 ÷ 5
teplota	10 ÷ 180
servomechanizmy	0,001 ÷ 0,05
katalytické reaktory	10 ÷ 45
cementářské pece	20 ÷ 45
sušičky	20 ÷ 45

## 1.6 Simulace analogového regulátoru – standardní přenos

Z výše uvedeného rozboru je nutné vybrat vhodný regulátor pro ověření kvality regulace. V následujících podkapitolách je porovnávána kvalita regulačních pochodů při použití analogových a číslicových regulátorů. Pro simulaci je využíván Simulink, který je součástí programu MATLAB. Pro každý přenos regulátoru je simulována odezva regulátoru na vstupní signál regulační odchylky. Regulátor je poté seřízený metodou požadovaného modelu pro vybraný přenos soustavy.

S ohledem na využití všech složek PID regulátoru byl zvolen přenos regulované soustavy  $G_S(s) = \frac{4}{(5s+1)(3s+1)} e^{-6s}$ . Metodou požadovaného modelu pro zadanou soustavu pro zvolený překmit  $\kappa = 0,2$  byly vypočítány stavitelné parametry regulátoru  $K_p^* = 0,232$ ,  $T_I^* = 8$  s,  $T_D^* = 1,875$  s a  $N = 10$ .

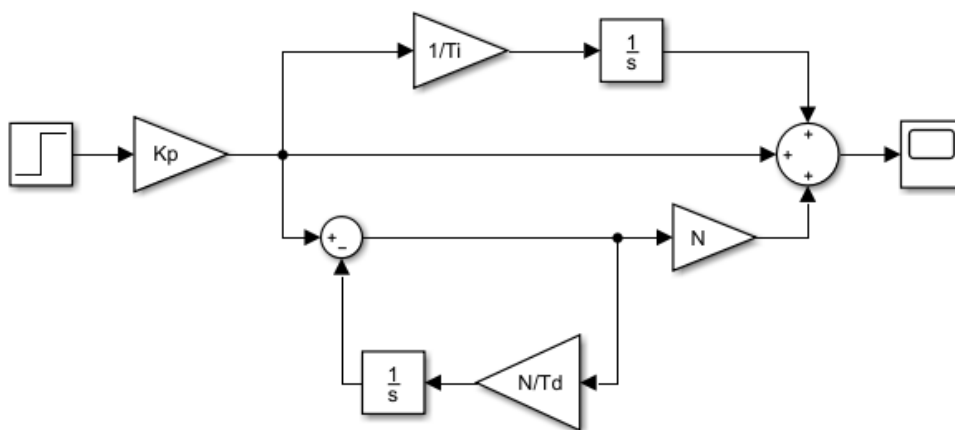


Obr. 1.11: Simulační schéma regulačního obvodu s analogovým regulátorem

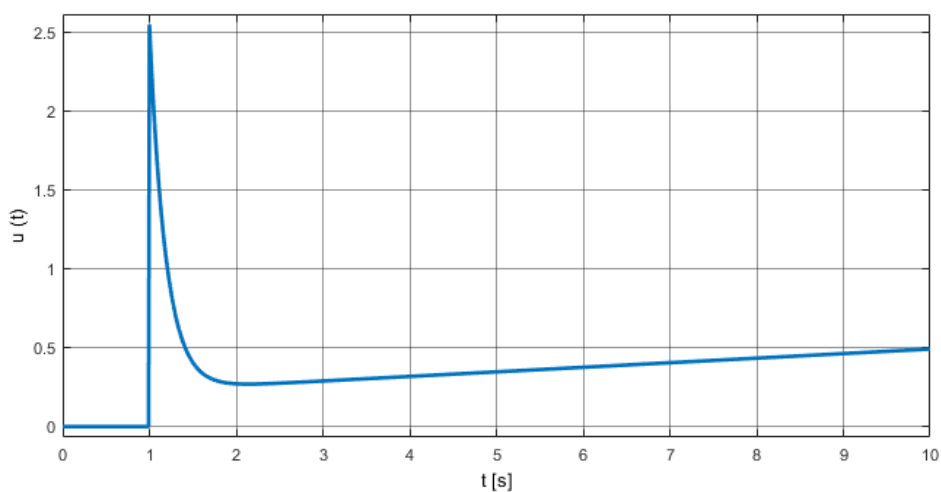
První analogový regulátor je realizován podle L-přenosu standardního analogového regulátoru s filtrací derivační složky

$$G_R(s) = k_P \left( 1 + \frac{1}{T_{Is}} + \frac{T_{Ds}}{\frac{T_D}{N}s + 1} \right). \quad (1.39)$$

Jednoduchá realizace v Simulinku používá součtové, zesilující a integrační bloky. (obr. 1.12)



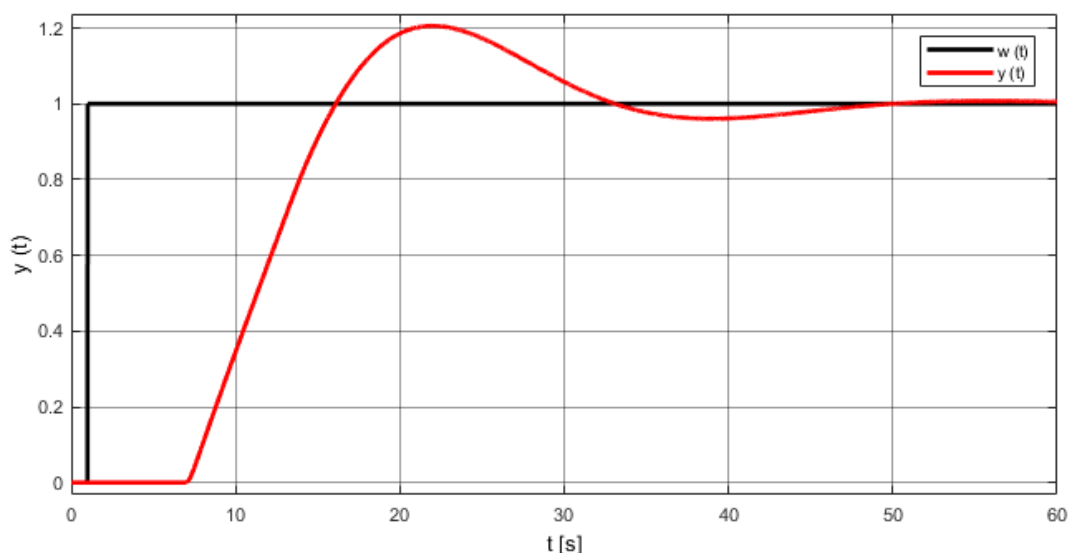
Obr. 1.12: Zapojení analogového regulátoru s filtrací (1.39)



Obr. 1.13: Přechodová charakteristika analogového regulátoru (1.39)

Na obr. 1.13 je průběh přechodové charakteristiky analogového regulátoru na skokovou změnu regulační odchylky. V momentě změny dojde k Diracovému impulsu tzv. „derivative kick“. Bez filtrace tento skok dosáhne nekonečných hodnot. Filtr derivační složky tento impuls sníží a způsobí pomalý pokles akční veličiny. Poté regulátor pokračuje v integrační činnosti. Velikost počáteční hodnoty akčního zásahu se vypočítá podle vzorce

$$u(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} G_R(s) = \frac{k_P T_I T_D (1+N)}{T_I T_D} = k_P (1+N). \quad (1.40)$$



Obr. 1.14: Průběh přechodové charakteristiky uzavřeného regulačního obvodu (1.39)

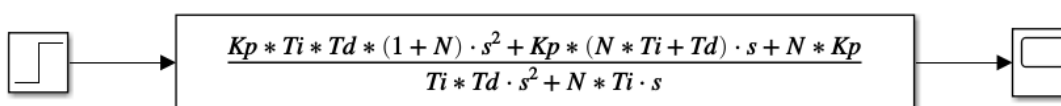
Získaný průběh regulované veličiny je na obr. 1.14. Výstupní veličina se přibližuje k žádané hodnotě a dosahuje požadovaného 20 % překmitu. Cíl regulace je splněn v momentě, kdy výstupní veličina se pohybuje v 5 % odchylky od žádané veličiny. Průběh této regulace je porovnán s další realizací regulátorů.

## 1.7 Simulace analogového regulátoru – *Transfer function* blok

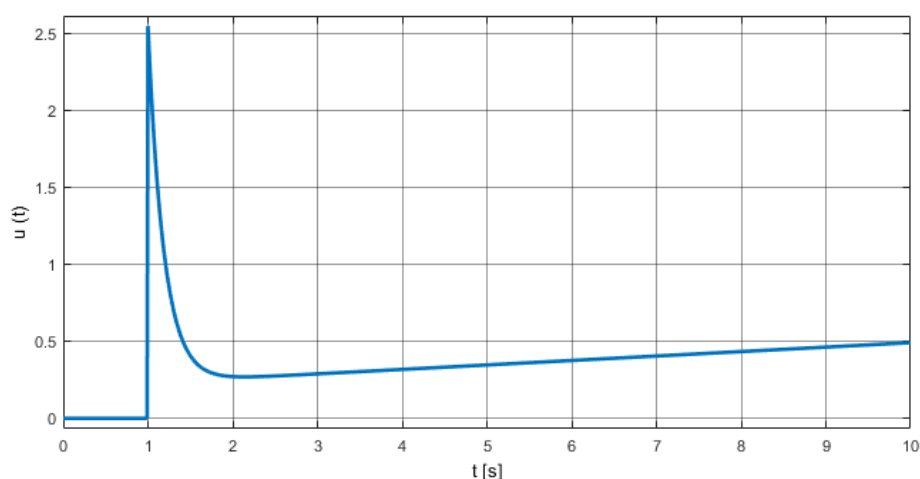
Vzorec (1.39) lze upravit do tvaru

$$G_R(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + \frac{T_D s}{T_D s + 1} \right) = \frac{K_P \cdot T_I \cdot T_D (1+N) \cdot s^2 + K_P (N \cdot T_I + T_D) \cdot s + N \cdot K_P}{T_I \cdot T_D \cdot s^2 + N \cdot T_I \cdot s}. \quad (1.41)$$

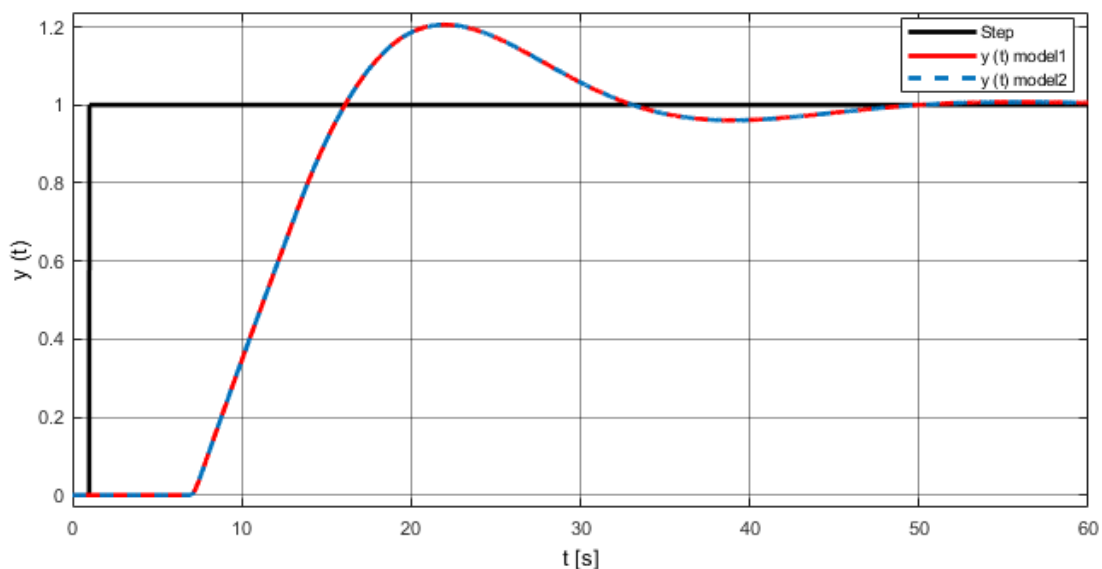
PID regulátor může být poté realizován pomocí jednoho *Transfer function* bloku.



Obr. 1.15: Analogový regulátor realizovaný pomocí *Transfer function* bloku (1.41)



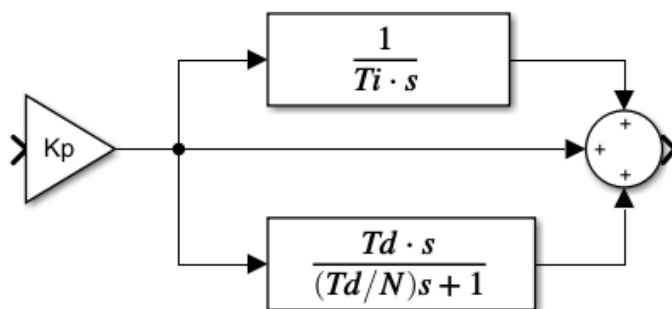
Obr. 1.16: Přechodová charakteristika analogového regulátoru (1.41)



Obr. 1.17: Průběhy přechodových charakteristik s analogovými PID regulátory realizovaných podle vztahu (1.41 - model 1) a (1.39 - model 2)

Získané průběhy přechodové charakteristiky regulátoru a regulačního obvodu byly získány stejným způsobem, jak v minulé kapitole. Výsledky se s předchozí realizací perfektně shodují. Pokud je dodržen stejný tvar přenosu regulátoru, výpočetní algoritmus v Simulink zpracovává data stejným způsobem. V Simulink lze tedy vytvořit PID regulátor pomocí jednoho *transfer function*.

Vzhledem k shodnosti je otestována realizace regulátoru pomocí kombinace součtu několika *transfer function* bloků podle vzorce (1.39). Z hlediska jednoduchosti je tato realizace vhodnější pro koncové uživatele.



Obr. 1.18: Analogový regulátor s filtrací pomocí součtu Transfer function bloků (1.39)



## 1.8 Simulace analogového regulátoru – *PID function* blok

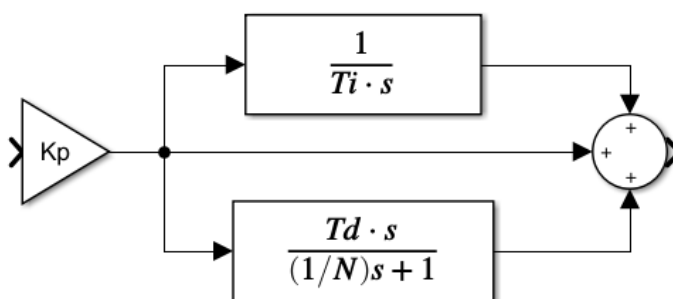
Knihovna Simulink nabízí vlastní blok pro PID regulátor. Blok má vlastní uživatelské rozhraní pro zadávání parametrů. Lze zvolit ideální nebo paralelní tvar přenosu. Ideální přenos regulátoru pro tento blok je dán vztahem

$$G_R(s) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{Is}} + \frac{T_D \cdot N}{\frac{s}{N} + 1} \right) = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_{Is}} + \frac{T_D s}{\frac{1}{N}s + 1} \right). \quad (1.42)$$

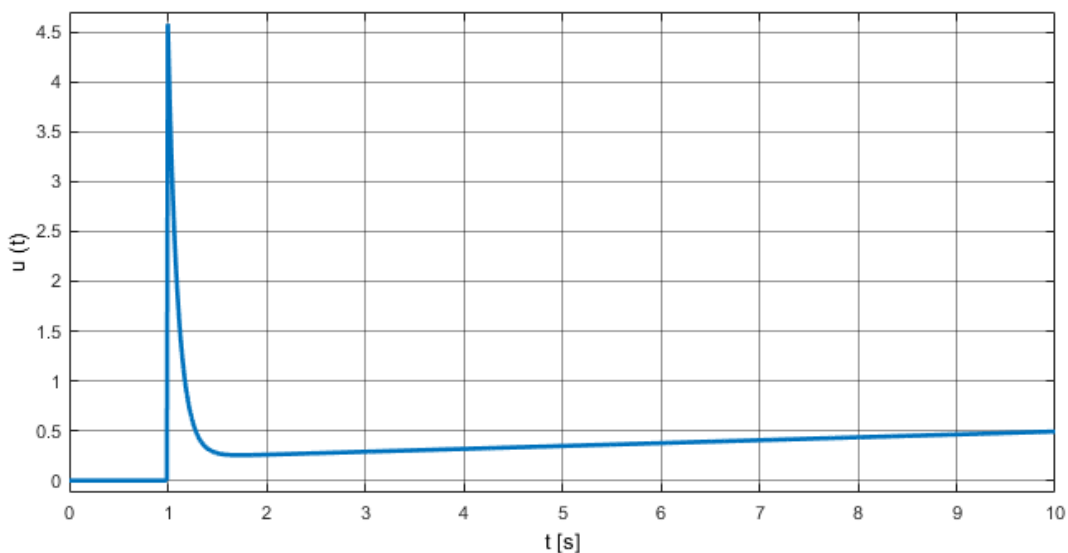
Regulátor se liší vynecháním  $T_D$  ve jmenovateli derivační složky a filtrační složka tedy nezávisí na derivační časové konstantě a má konstantní velikost (viz. 1.4).



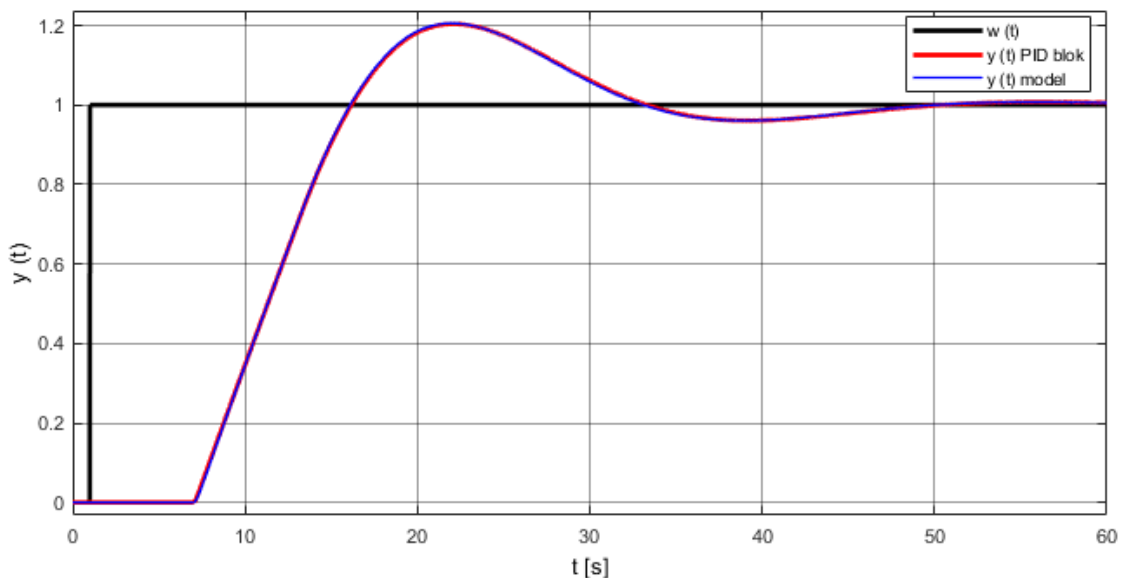
Obr. 1.19 Analogový regulátor realizovaný pomocí PID controller (1.42)



Obr. 1.20: Analogový regulátor realizovaný pomocí PID controller (1.42)



Obr. 1.21: Přechodová charakteristika analogového regulátoru (1.42)



Obr. 1.22: Průběhy přechodových charakteristik s analogovými PID regulátory realizovaných podle vztahu (1.42) a (1.39)

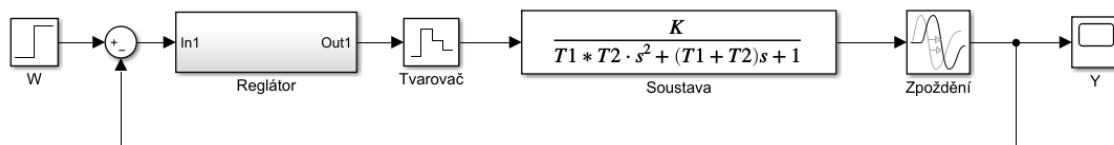
Na obr. 1.21 je průběh akční veličiny, kde je skok v porovnání s předchozí realizací větší. Velikost počáteční hodnoty akčního zásahu se spočítá podle vzorce

$$u(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} G_R(s) = \frac{K_P T_I \left( \frac{1}{N} + T_D \right)}{\frac{T_I}{N}} = K_P (1 + N T_D). \quad (1.43)$$

Na obr. 1.22 je získané průběhy regulované veličiny. Porovnáním průběhů z hlediska IAE je průběh PID bloku relativně o 0.0044% lepší kvalita regulace pro vybranou soustavu. Toto číslo závisí na zvolených parametrech regulované soustavy. Pro tento případ jsou rozdíly zanedbatelné, ale pro soustavy, kde jsou setrvačné časové konstanty mnohem větší než velikost dopravního zpoždění, dosahuje *PID function* blok mnohem lepších výsledků kvality regulace. Tyto simulované průběhy jsou ideální bez poruch, tudíž v praxi se při výskytu šumu mohou výsledky lišit. PID regulátor vytvořený knihovnou Simulink je více vhodný pro simulaci seřízení metodou požadovaného modelu pro potřeby této práce, protože nejsou uvažovány zašuměné signály.

## 1.9 Simulace číslicového regulátoru – standardní přenos

Číslicové regulátory mají více možností realizace, vzhledem k implementaci derivační a filtrační složky. PID regulátor je zaměněn za číslicový PID regulátor a pro simulaci A/D a D/A převodníku je použit vzorkovač nultého řádu.



Obr. 1.23: Simulační schéma regulačního obvodu s číslicovým regulátorem

Regulátory jsou seřizeny metodou požadovaného modelu (tab. 2.3). Pro 20% překmit, při  $N = 10$ , a vzorkovací periodě  $T = 1$  s jsou hodnoty stavitelných standardních regulátorů  $K_p^* = 0,1877$ ,  $T_I^* = 7,0444$  s a  $T_D^* = 1,6207$  s.

První číslicový regulátor s filtrační složkou je realizován podle náhrady derivační složky (1.23). Přenos regulátoru je

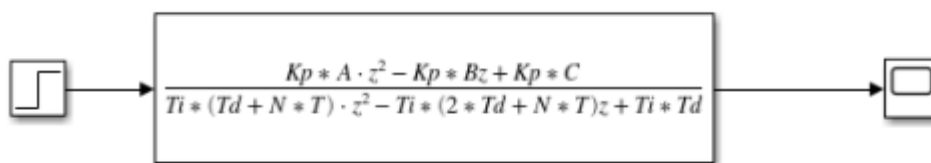
$$G_R(z) = k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} + NT_D \frac{z-1}{(T_D+NT)z-T_D} \right) = \frac{k_p A z^2 - k_p B z + k_p C}{T_I (T_D+NT) z^2 - T_I (2T_D+NT) z + T_I T_D}, \quad (1.43)$$

kde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  jsou pomocné proměnné

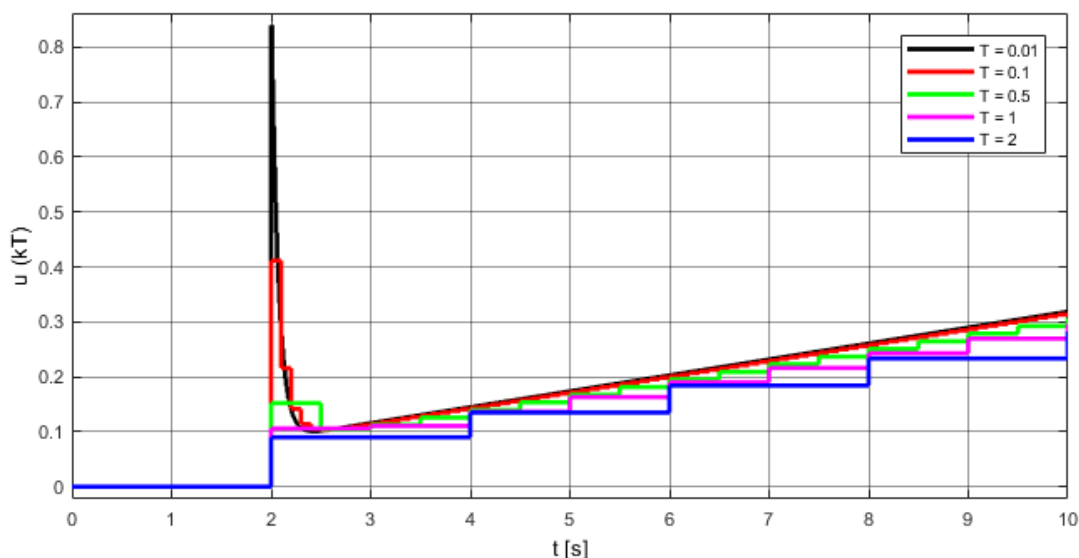
$$A = C + NT(T_I + T) + TT_D, \quad (1.44 a)$$

$$B = 2C + T(NT_I + T_D), \quad (1.44 b)$$

$$C = T_I T_D (1 + N). \quad (1.44 c)$$



Obr. 1.24: Číslicový regulátor realizovaný pomocí Transfer function (1.43)

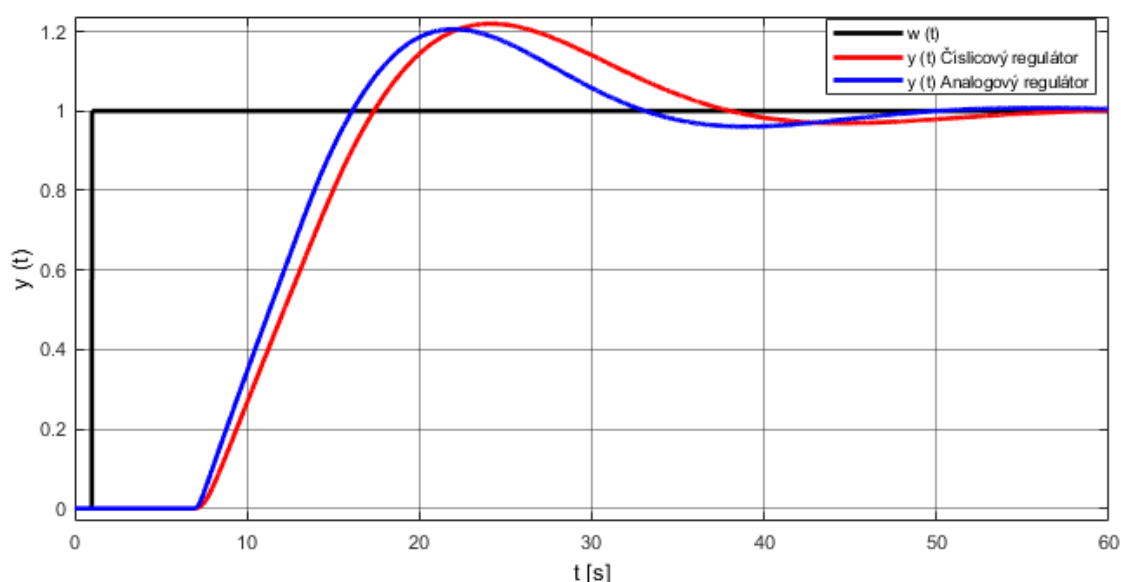


Obr. 1.25: Přechodová charakteristika číslicového regulátoru (1.43) při různých hodnotách periody  $T$

Na obr. 1.25 je odezva číslicového regulátoru na skokovou změnu vstupní veličiny při různých velikostech vzorkovací periody  $T$ . Při velmi nízké vzorkovací periodě je výstup regulátoru velmi podobný analogovému průběhu. Vzorkování ovlivňuje velikost počáteční hodnoty akčního zásahu a při velkém  $T$  je hodnota mnohem menší než u analogového regulátoru. Při vyšší hodnotě  $T$  se rovněž v každém okamžiku  $kT$  velikost akční veličiny oddaluje od analogového průběhu. Velikost počáteční hodnoty akčního zásahu se vypočítá podle

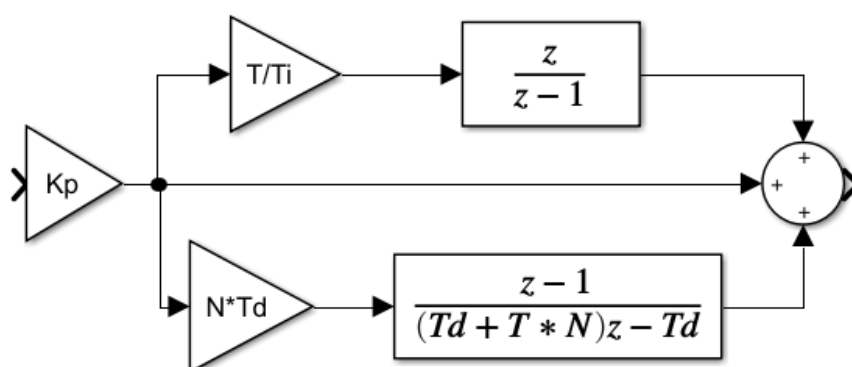
$$u(0) = \lim_{z \rightarrow \infty} G_R(z) = \frac{K_P(T_I T_D(1+N) + N T (T_I + T) + T T_D)}{T_I(T_D + N T)} \quad (1.45)$$

Pro porovnání je znova použita metoda absolutní regulační plochy  $I_{IAE}$ . Při porovnání přechodových charakteristik obvodu s číslicovým regulátorem (1. 26) je vidět zvýšená doba regulace a překmit způsobený velikostí vzorkovací periody  $T$ . Čím menší je velikost  $T$ , tím víc se průběh přibližuje k analogovému průběhu. Pro vybranou soustavu s  $T = 1$  s je kvalita regulace číslicového regulátoru relativně o 24.83 % horší oproti analogovému regulátoru.

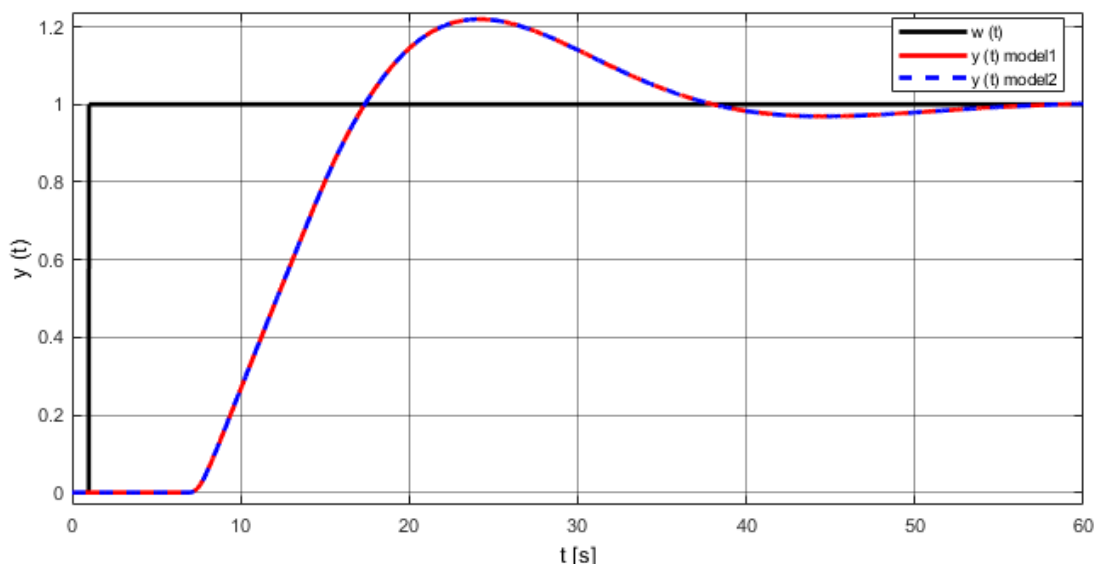


Obr. 1.26: Průběhy přechodových charakteristik s číslicovým regulátorem realizovaným podle (1.43) porovnání s a analogovým regulátorem (1.39)

Stejně poznatky o realizaci analogových regulátorů lze aplikovat i pro číslicové regulátory. Na obr. 1.27 je zjednodušený tvar číslicového regulátoru vytvořený kombinací transfer function bloků podle vzorce 1.39.



Obr. 1.27: Číslicový regulátor realizovaný pomocí kombinace Transfer function



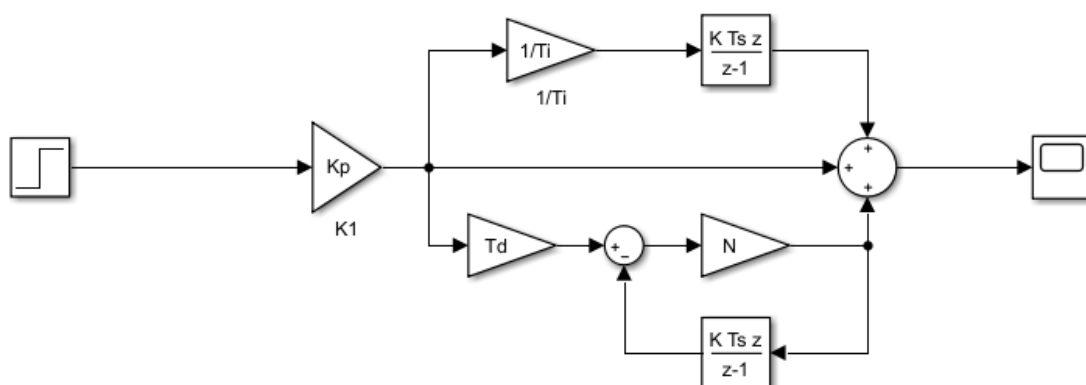
Obr. 1.28: Přechodové charakteristiky obou realizací

Výsledky regulace jsou shodné pro obě realizace. Pro uživatele je druhý způsob názornější a realizace regulátoru je mnohem snadnější vymodelovat než vypsát celý přenos do jednoho *transfer function* bloku s pomocnými konstantami.

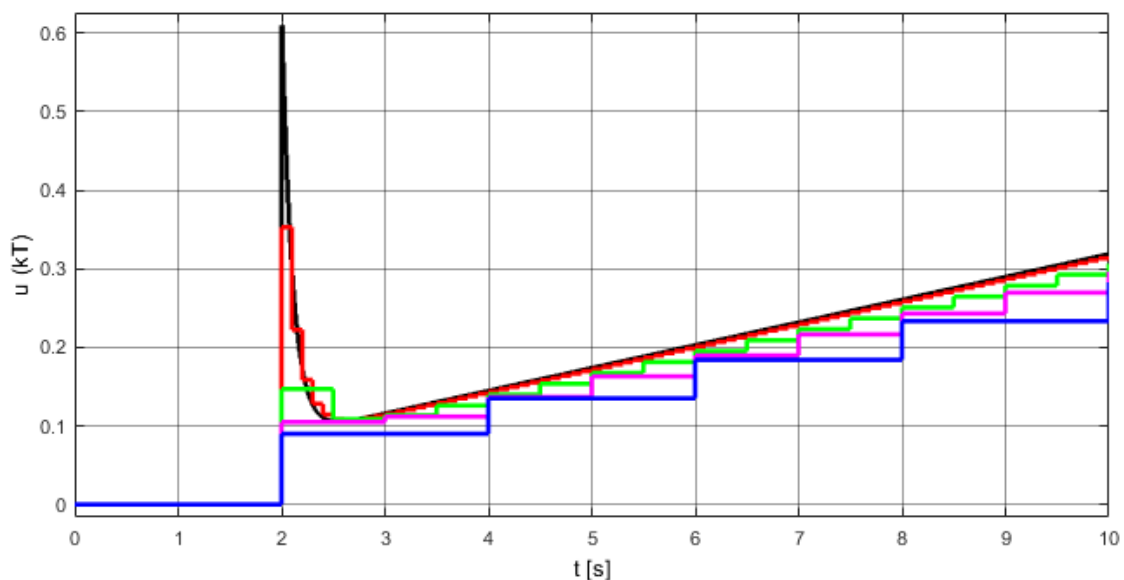
### 1.10 Simulace číslicového regulátoru – *PID function* blok

Knihovna Simulink nabízí PID blok i pro číslicovou verzi regulátoru (obr. 1.29), kde  $T_s = T$  a  $K = 1$ . V bloku lze kromě stavitelných parametrů nastavit paralelní a ideální tvar regulátoru, velikost vzorkovací periody, filtrační konstantu a způsob integračních náhrad. Stejně jako u analogové verze se přenos liší vynecháním derivační konstanty ve jmenovateli.

$$G_R(z) = k_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z-1} + T_D \frac{N}{1+N*T\frac{z}{z-1}} \right). \quad (1.46)$$

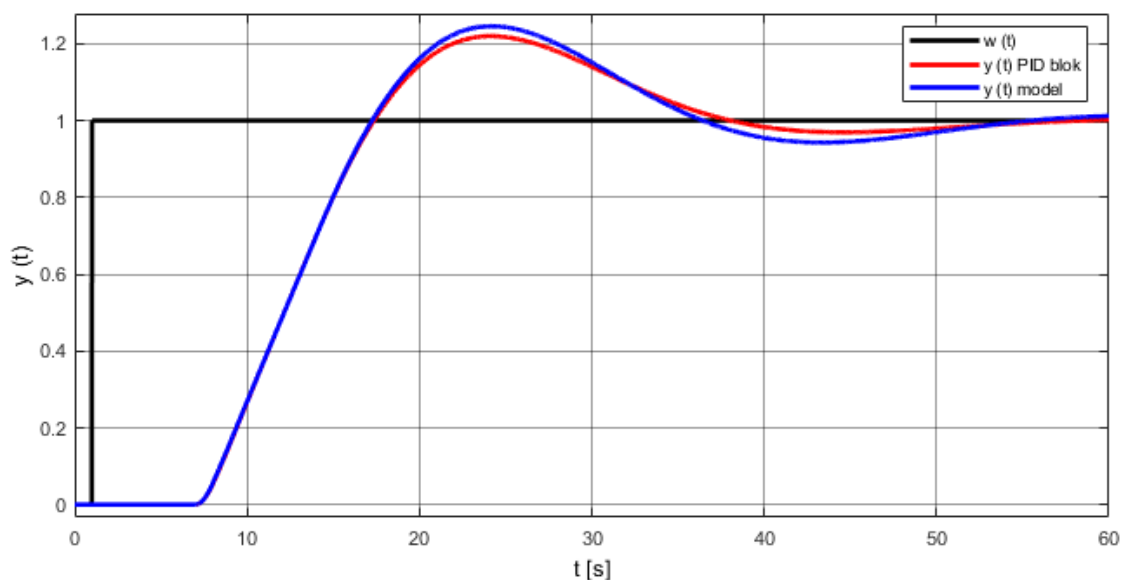


Obr. 1.29: Model číslicového regulátoru realizovaný pomocí PID function (1.39)



Obr. 1.30: Přechodová charakteristika číslicového regulátoru (1.46) při různých hodnotách periody  $T$

Z obr. 1.30 vyplývá, že derivační skok je menší, než při předchozí realizaci (obr. 1.25).



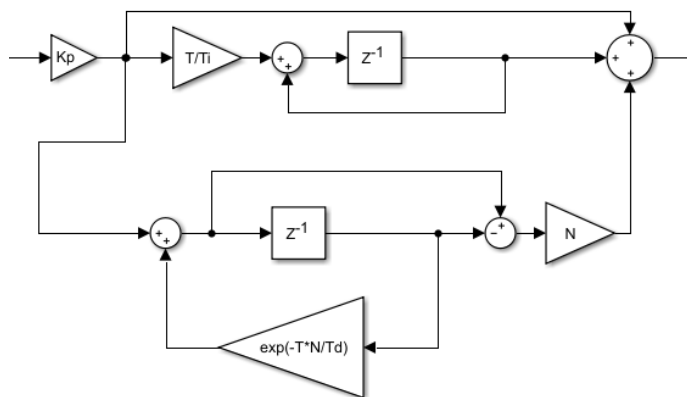
Obr. 1.31: Provnání přechodových charakteristik s číslicovým regulátorem realizovaným podle PID bloku a přenosu

Na obr. 1.31 jsou získané průběhy regulované veličiny pro dva výše uvedené číslicové regulátory. Realizací PID bloku se přibližuje k požadovanému překmitu. Porovnáním průběhu je pro tento případ kvalita regulace PID bloku relativně o 7,5414 % lepší. V mnoha případech jsou tyto rozdíly zanedbatelné, ale pro soustavy, kde je setrvačná časová konstanta větší než dopravní zpoždění, dochází k velkým rozdílům kvality regulace. Průběh je opět ideální bez výskytu poruch, takže v praxi je lepší použít standardní přenos (1.43).

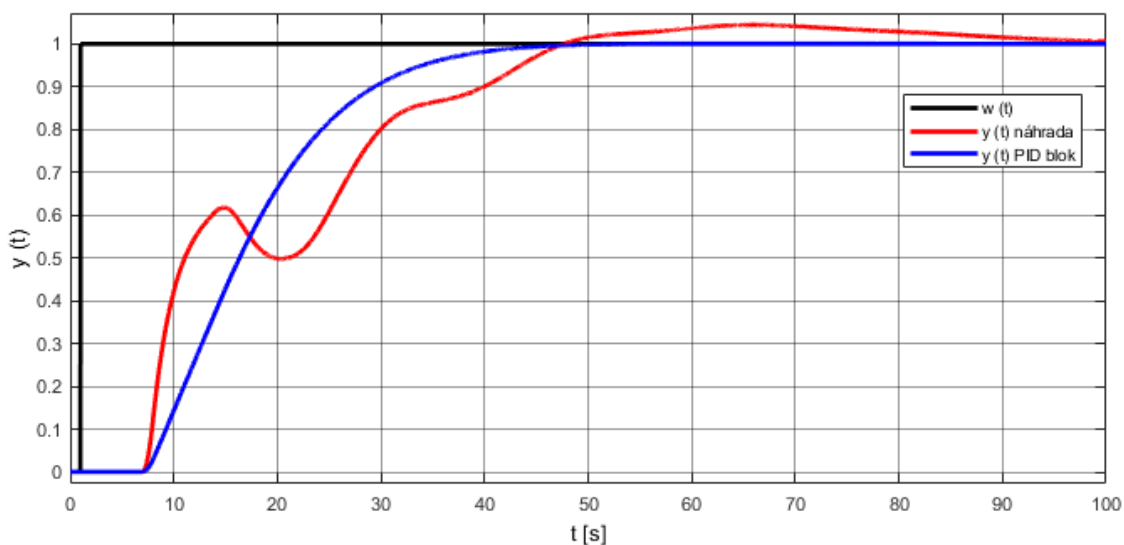
### 1.11 Simulace číslicového regulátoru – dopředná sumace

V literatuře byly nalezeny i jiné regulátory, pro které bylo vhodné prozkoumat jejich funkčnost. Další realizace vychází z použití dopředné obdélníkové sumace (1.14). Přenos má tvar

$$G_R(z) = K_p \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z^{-1}}{1-z^{-1}} + N \frac{1-z^{-1}}{1-e^{-\frac{TN}{T_D} z^{-1}}} \right). \quad (1.47)$$



Obr. 1.32: Model číslicového regulátoru realizovaný pomocí číslicového regulátoru s filtrací (1.47) (Pivoňka, 2003)



Obr. 1.33: Provnání přechodových charakteristik s číslicovým regulátorem realizovaným podle PID bloku a přenosu (1.47)

Tento číslicový regulátor není vhodný pro seřízení metodou požadovaného modelu. Při vyšší vzorkovací periodě je regulační pochod nestabilní.

## 2 Seřizování číslicových regulátorů

V této kapitole je ověřována kvalita seřízení regulátorů pomocí několika vybraných metod seřízení. Hlavní pozornost je věnována metodě požadovaného modelu a třem způsobům výpočet hodnot stavitelných parametrů regulátoru.

### 2.1 Metoda požadovaného modelu

Metoda požadovaného modelu (MPM), známá také jako metoda inverze dynamiky, byla rozpracována na Fakultě strojní VŠB – Technické univerzitě Ostrava. Je to velmi jednoduchá a účinná metoda pro seřízení standardních analogových a číslicových regulátorů pro soustavy s i bez dopravní zpoždění (Víteček, Vítečková, 2011).

Ze vztahu pro přímou syntézu

$$G_R(s) = \frac{1}{G_S(s)} \frac{G_{wy}(s)}{1 - G_{wy}(s)}, \quad (2.1)$$

je požadovaný L-přenos řízení

$$G_{wy}(s) = \frac{k_o}{s + k_o e^{-T_d s}}, \quad (2.2)$$

kde  $k_o$  je zesílení otevřeného regulačního obvodu (Víteček, Vítečková, 2011).

Přenos analogového regulátoru je dopočítán ze vztahu

$$G_R(s) = \frac{k_o}{s \cdot G_P(s)}, \quad (2.3)$$

kde  $G_P(s)$  je soustava bez zpoždění odvozená podle přenosu soustavy

$$G_S(s) = G_P(s) e^{-T_d s}. \quad (2.4)$$

Jako příklad pro soustavu s dopravním zpožděním

$$G_S(s) = \frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}, T_1 \geq T_2, \quad (2.5)$$

kde pro

$$G_P(s) = \frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, T_1 \geq T_2, \quad (2.6)$$

po dosazení do (2.3) se dostane

$$G_R(s) = \frac{k_o(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{k_1 s} = K_P' \frac{(T_I' s + 1)(T_D' s + 1)}{T_I' s}, \quad (2.7)$$

kde pro sériový regulátor PIDi jsou stavitelné parametry

$$K_P' = \frac{k_o T_1}{k_1}, T_I' = T_1, T_D' = T_2, \quad (2.8)$$

a pro standardní PID regulátor

$$K_P^* = \frac{k_o(T_1 + T_2)}{k_1}, T_I^* = T_1 + T_2, T_D^* = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}, \quad (2.9)$$

kde pro analogové regulátory je

$$k_o = \frac{1}{\beta T_d}, \quad (2.10)$$

Stejný způsob platí pro ostatní analogové regulátory (tab. 2.1).



Pro syntézu regulované soustavy bez dopravního zpoždění je přenos řízení

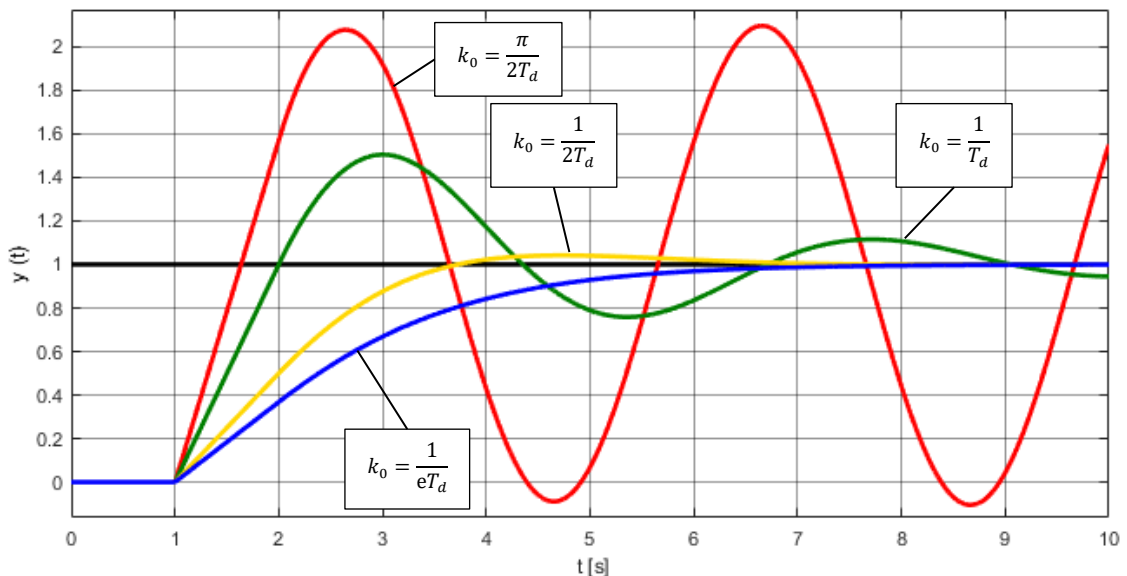
$$G_{wy}(s) = \frac{1}{T_w s + 1}. \quad (2.11)$$

Tab. 2.1 Stavitelné parametry analogových regulátorů pro MPM

Regulovaná soustava		Analogový regulátor				
		Typ	$K_p^*$		$T_I^*$	$T_D^*$
			$T_d = 0$	$T_d > 0$		
1	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{1}{k_1 T_w}$	$\frac{1}{k_1 \beta T_d}$	-	-
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_1}{k_1 T_w}$	$\frac{T_1}{k_1 \beta T_d}$	$T_1$	-
3	$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{1}{k_1 T_w}$	$\frac{1}{k_1 \beta T_d}$	-	$T_1$
4	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$	PID <sub>i</sub>	$\frac{T_1}{k_1 T_w}$	$\frac{T_1}{k_1 \beta T_d}$	$T_1$	$T_2$
5	$T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{T_1 + T_2}{k_1 T_w}$	$\frac{T_1 + T_2}{k_1 \beta T_d}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$
6	$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{2\xi_0 T_0}{k_1 T_w}$	$\frac{2\xi_0 T_0}{k_1 \beta T_d}$	$2\xi_0 T_0$	$\frac{T_0}{2\xi_0}$

Volbou zesílení otevřeného regulačního obvodu  $k_o$  lze snadno docílit různého průběhu odezvy na skokovou změnu žádané veličiny od nekmitavého až po kmitavý s různým překmitem. Lze tedy zajistit požadovaný průběh přechodové charakteristiky daný relativním překmitem  $\kappa$ . Na relativním překmitu je závislý koeficient  $\beta(\kappa)$ , kde platí (Vítečková, 2017)

$$\begin{aligned} \kappa = 0 &\rightarrow \beta = e, \\ \kappa = 1 &\rightarrow \beta = \frac{2}{\pi}. \end{aligned} \quad (2.12)$$



Obr. 2.1: Průběh přechodových charakteristik s číslicovým regulátorem realizovaným

Tab. 2.2 Hodnoty koeficientů  $\alpha$  a  $\beta$ 

$\kappa$	0	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50
$\alpha$	1,282	0,984	0,884	0,832	0,763	0,697	0,669	0,640	0,618	0,599	0,577
$\beta$	2,718	1,944	1,720	1,561	1,437	1,337	1,248	1,172	1,104	1,045	0,992

MPM je použitelná i pro standardní číslicové regulátory. Místo L-transformace se použije Z-transformace. Podobně vychází ze vztahu

$$G_R(z) = \frac{1}{G_S(z)} \frac{G_{wy}(z)}{1 - G_{wy}(z)}, \quad (2.13)$$

kde

$$G_S(z) = G_P(z)z^{-d}, T_d = dT \quad (2.14)$$

je požadovaný přenos řízení

$$G_{wy}(z) = \frac{k_o T}{z - 1 + k_o T z^{-d}} z^{-d}. \quad (2.15)$$

Požadovanému přenosu odpovídá tvar

$$G_o(z) = G_R(z)G_S(z) = \frac{k_o T}{z - 1} z^{-d} \quad (2.16)$$

a přenos číslicového regulátoru má tedy po odvození tvar

$$G_R(z) = \frac{k_o T}{(z - 1)G_P(z)}, \quad (2.17)$$

kde  $k_o$  závisí na relativním překmitu  $\kappa$ .

Jako příklad pro soustavu (2.5) po diskretizaci [viz vztahy (1.4) a (1.5)] se získá

$$G_S(z) = \frac{k_1(A_1 z + B_1)}{(z - c_1)(z - c_2)} z^{-d}, \quad (2.18)$$

kde

$$c_1 = 1 - a_1 = e^{-\frac{T}{T_1}}, c_2 = 1 - a_2 = e^{-\frac{T}{T_2}} \quad (2.19)$$

po dosazení pro tvar

$$G_R(z) = K_P(z) \left( 1 + \frac{T}{T_I} \frac{z}{z - 1} + \frac{T_D}{T} \frac{z - 1}{z} \right), \quad (2.20)$$

se dostane

$$K_P(z) = \frac{k_o T (c_1 + c_2 - 2c_1 c_2) z}{k_1 (Az + B)}, \quad (2.21)$$

$$\frac{T_I^*}{T} = \frac{c_1 + c_2 - 2c_1 c_2}{1 - c_1 - c_2 + c_1 c_2}, \quad (2.22)$$

$$\frac{T_D^*}{T} = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2 - 2c_1 c_2}. \quad (2.23)$$

V tab. 2.3 jsou stavitelné parametry číslicových regulátorů pro regulované soustavy, kde pomocné proměnné jsou

$$c_i = e^{-\frac{T}{T_i}}, i = 1, 2, w; c = e^{-\frac{\xi_0}{T_0}}, b = \cos\left(\frac{T}{T_0} \sqrt{1 - \xi_0^2}\right), k_o = \frac{1}{\alpha(\kappa)T + \beta(\kappa)T_d}.$$

Tab. 2.3 Stavitelné parametry číslicových regulátorů pro MPM – přesné vztahy

Regulovaná soustava		Číslicový regulátor				
		Typ	$K_P^*$		$T_I^*$	$T_D^*$
			$T_d = 0$	$T_d > 0$		
1	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{1 - c_w}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0}{k_1}$	-	-
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{(1 - c_w) T_I^*}{k_1 T}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	$\frac{c_1}{1 - c_1} T$	-
3	$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{1 - c_w}{k_1 T_w}$	$\frac{k_0}{k_1}$	-	$\frac{c_1}{1 - c_1} T$
4	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{(1 - c_w) T_I^*}{k_1 T}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	$\frac{c_1 + c_2 - 2c_1 c_2}{1 - c_1 - c_2 + c_1 c_2} T$	$\frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2 - 2c_1} T$
5						
6	$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{(1 - c_w) T_I^*}{k_1 T}$	$\frac{k_0 T_I^*}{k_1}$	$\frac{2c(b - c)}{1 - 2bc + c^2} T$	$\frac{c}{2(b - c)} T$

Tab. 2.4 Stavitelné parametry standardních regulátorů pro MPM – přibližní vztahy

Regulovaná soustava		Regulátor < analogový $T = 0$ číslcový $T > 0$				
		Typ	$K_P^*$		$T_I^*$	$T_D^*$
			$T_d = 0$	$T_d > 0$		
1	$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$	P	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{1}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	-	-
2	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$T_1 - \frac{T}{2}$	-
3	$\frac{k_1}{s(T_1 s + 1)} e^{-T_d s}$	PD	$\frac{2}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{1}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	-	$T_1 - \frac{T}{2}$
4	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$T_1 + T_2 - T$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} - \frac{T}{4}$
5						
6	$\frac{k_1}{T_0^2 s^2 + 2\xi_0 T_0 s + 1} e^{-T_d s}$ $0,5 < \xi_0 \leq 1$	PID	$\frac{2T_I^*}{k_1(2T_w + T)}$	$\frac{T_I^*}{k_1(\alpha T + \beta T_d)}$	$2\xi_0 T_0 - T$	$\frac{T_0}{2\xi_0} - \frac{T}{4}$

Tab. 2.3 pro jednoduchost lze zjednodušit zanedbáním malých výrazů a spolu s aproximací Taylorovým rozvojem

$$e^{-x} = \frac{e^{-\frac{x}{2}}}{e^{\frac{x}{2}}} \approx \frac{1-\frac{x}{2}}{1+\frac{x}{2}} \quad (2.24)$$

se získá výpočet stavitelných parametrů pro praktické využití (tab. 2.4).

I když lze metodu použít pro jakýkoliv překmit, dobrá robustnost regulačního obvodu se zaručena jenom pro  $\kappa \leq 20\%$ .

## 2.2 Metoda násobného dominantního pólu

MNDP je jednoduchá analytická metoda pro seřízení standardních PI, PID regulátorů. Výsledkem je aperiodický regulační proces bez překmitu. Metoda je vhodná pro soustavy s velkým dopravním zpožděním. Při malých hodnotách dopravního zpoždění odezva na skokovou změnu polohy způsobuje nežádoucí překmit. MNDP vychází z předpokladu, že násobný dominantní pól je stabilní a reálný a že nuly mají zanedbatelný vliv. Výsledný proces je nekmitavý ( $\kappa = 0$ ).

Metoda vychází z řešení soustavy rovnic

$$\frac{d^i N(x)}{d^i x} = 0, \text{ pro } i = 0, 1, \dots, p, \quad (2.25)$$

kde  $N$  je charakteristický mnohočlen nebo kvazimnohočlen,  $x$  – komplexní proměnná, ( $s$  v L-transformaci,  $z$  v Z-transformaci,  $\gamma$  v D-transformaci),  $p$  – počet stavitelných parametrů zvoleného regulátoru.

Pro komplexní proměnnou platí

$$\gamma = \frac{z-1}{T}, \quad (2.26)$$

kde

$$z = e^{Ts} \quad (2.27a)$$

$$\lim_{T \rightarrow 0} \gamma = \lim_{T \rightarrow 0} \frac{e^{Ts}-1}{T} = s. \quad (2.27b)$$

Pro proporcionální soustavu s přenosem

$$G_R(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}, \quad (2.28)$$

lze určit D-přenos soustav na základě vztahů

$$G_R(\gamma) = \frac{a_1 k_1}{T\gamma + a_1} (T\gamma + 1)^{-d}, \quad a_1 = 1 - e^{-\frac{T}{T_1}}, \quad d = \frac{T_d}{T}. \quad (2.29)$$

V Tab. 2.5 jsou stavitelné parametry číslicového PI regulátoru pro regulované soustavy.

Tab. 2.5 Stavitelné parametry číslicového PI regulátoru metodou MNDP

Číslicový PI regulátor		Regulovaná soustava $\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$
PI	$\gamma_3^*$	$-\frac{a_1 d + 4}{2(d+2)T} + \sqrt{\frac{(a_1^2 d^2 + a_1^2 d - 8a_1 + 8)d}{4(d+1)(d+2)^2 T^2}}$
	$K_P^*$	$-\frac{1}{a_1 k_1} [T^2(d+1)\gamma_3^{*2} + T(a_1 d + 2)\gamma_3^* + a_1](\gamma_3^* T + 1)^d$
	$T_I^*$	$-\frac{[T^2(d+1)\gamma_3^{*2} + T(a_1 d + 2)\gamma_3^* + a_1](\gamma_3^* T + 1)}{\gamma_3^* T [T(d+1)\gamma_3^* + a_1 d + 1]}$

## 2.3 „Univerzální“ experimentální metoda

Jednoduchá experimentální metoda umožňuje seřadit konvenční analogové regulátory z hlediska žádané veličiny nebo poruchové veličiny působící na vstupu regulované soustavy. Umožňuje rovněž seřadit regulátor z hlediska nejrychlejší odezvy bez překmitu nebo s relativním překmitem 20 %.

Tab. 2.6 Stavitelné parametry analogových parametrů pro UEM

$\frac{k_1}{T_1s + 1}e^{-T_{ds}}$		Regulační pochod			
		Nejrychlejší odezva bez překmitu		Nejrychlejší odezva s překmitem 20 %	
Regulátor		Seřízení z hlediska			
		Žádané veličiny w	Poruchové veličiny v	Žádané veličiny w	Poruchové veličiny v
P	$K_P^*$	$0,3\frac{1}{k_1T_d}$	$0,3\frac{1}{k_1T_d}$	$0,7\frac{1}{k_1T_d}$	$0,7\frac{1}{k_1T_d}$
PI	$K_P^*$	$0,35\frac{1}{k_1T_d}$	$0,6\frac{1}{k_1T_d}$	$0,6\frac{1}{k_1T_d}$	$0,7\frac{1}{k_1T_d}$
	$T_I^*$	$1,17T_1$	$0,8T_d + 0,8T_1$	$\infty$	$3T_d$
PID	$K_P^*$	$0,6\frac{T_1}{k_1T_d}$	$0,95\frac{T_1}{k_1T_d}$	$1,2\frac{T_1}{k_1T_d}$	$1,4\frac{T_1}{k_1T_d}$
	$T_I^*$	$T_1$	$2,4T_d$	$1,36T_1$	$2T_d$
	$T_D^*$	$0,5T_d$	$0,4T_d$	$0,64T_d$	$0,4T_d$

Tab. 2.7 Stavitelné parametry analogových parametrů pro UEM

$\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$		Regulační pochod			
		Nejrychlejší odezva bez překmitu		Nejrychlejší odezva s překmitem 20 %	
Regulátor		Seřízení z hlediska			
		Žádané veličiny w	Poruchové veličiny v	Žádané veličiny w	Poruchové veličiny v
P	$K_P^*$	$0,37 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,37 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,7 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,7 \frac{1}{k_1 T_d}$
PI	$K_P^*$	$0,37 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,46 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,7 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,7 \frac{1}{k_1 T_d}$
	$T_I^*$	$\infty$	$5,75 T_d$	$\infty$	$3 T_d$
PID	$K_P^*$	$0,65 \frac{1}{k_1 T_d}$	$0,65 \frac{1}{k_1 T_d}$	$1,1 \frac{1}{k_1 T_d}$	$1,1 \frac{1}{k_1 T_d}$
	$T_I^*$	$\infty$	$5 T_d$	$\infty$	$2 T_d$
	$T_D^*$	$0,4 T_d$	$0,23 T_d$	$0,53 T_d$	$0,37 T_d$

Pro seřízení číslicových regulátorů vycházíme z předpokladu, že k dopravnímu zpoždění regulované soustavy je přidána polovina hodnoty vzorkovací periody.

## 2.4 Metoda SIMC

Jednoduchá a účinná metoda pro seřizování analogových regulátorů. Pro návrh používá vztah pro přímou syntézu (2.1) a požadovaný tvar řízení

$$G_{wy}(s) = \frac{1}{T_w s + 1} e^{-T_d s}. \quad (2.30)$$

Po dosazení se dostane

$$G_R(s) = \frac{1}{G_P(s)} \frac{1}{T_w + 1 - e^{-T_d s}} \quad (2.31)$$

a po aproximaci

$$e^{-T_d s} \approx 1 - T_d s \quad (2.32)$$

se obdrží

$$G_R(s) = \frac{1}{G_P(s)} \frac{1}{(T_w + T_d)s}. \quad (2.33)$$

Pro soustavu (2.26) se po dosazení získá

$$G_R(s) = \frac{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}{k_1 (T_w + T_d)s} = K_P \left( 1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right), \quad (2.34)$$

Metoda dává kvalitní a rychlou odezvu na  $w(t)$ , ale při  $T_1 \gg T_d$  dává pomalou odezvu na poruchové veličiny. Tento problém se kompenzuje volbou  $\min[T_1, 8T_d]$ .

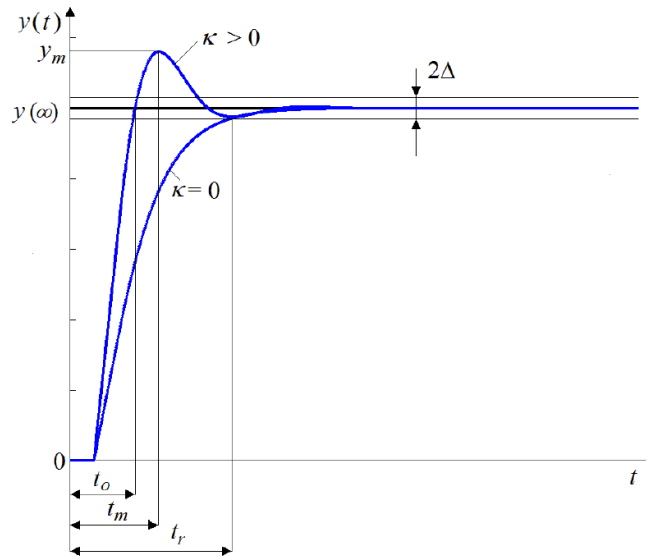
Tab. 2.8 Hodnoty stavitelných parametrů analogových regulátorů pro vybrané regulované soustavy pro metodu SIMC

Regulovaná soustava		Regulátor				Poznámka
		Typ	$K_P^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	
1	$\frac{k_1}{T_1 s + 1} e^{-T_d s}$	PI	$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	$T_1$	-	$T_1 \leq 8T_d$
			$\frac{T_1}{2k_1 T_d}$	$8T_d$	-	$T_1 > 8T_d$
2	$\frac{k_1}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)} e^{-T_d s}$ $T_1 \geq T_2$	PID	$\frac{T_1 + T_2}{2k_1 T_d}$	$T_1 + T_2$	$\frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2}$	$T_1 \leq 8T_d$
			$\frac{T_1(T_2 + 8T_d)}{16k_1 T_d^2}$	$T_2 + 8T_d$	$\frac{8T_2 T_d}{T_2 + 8T_d}$	$T_1 > 8T_d$

Pro seřízení číslicových regulátorů vycházíme z předpokladu, že k dopravnímu zpoždění je přidána polovina hodnoty vzorkovací periody.

## 2.5 Kvalita regulace

Kvalita regulace se jednoduše posuzuje podle odezvy regulačního obvodu na skokové změny vstupních veličin. V této práci se posuzují tyto kvalitativní ukazatele – relativní překmit  $\kappa$  [%], doba regulace  $t_r$  [s] a integrální kritéria IAE a ITAE.



Obr. 2.2: Přechodová charakteristika regulačního obvodu s vyznačenými ukazateli kvality (Vítečková, Víteček 2011)

Na obr. 2.2 můžeme vidět průběh přechodové charakteristiky s překmitem a bez překmitu.

Relativní překmit

$$\kappa = \frac{y_m - y(\infty)}{y(\infty)}, \quad (2.35)$$

kde  $y_m$  je maximální hodnota regulované veličiny,  $t_m$  je doba dosažení maximální hodnoty,  $y(\infty)$  je ustálená hodnota regulované veličiny.

Doba regulace  $t_r$  je čas, kdy regulovaná veličina zůstane v pásmu relativní tolerance  $\Delta = (0,01 \div 0,05) y(\infty) = (1 \div 5) y(\infty) \%$ . Při posuzování doby regulace je v práci uvažována tolerance 5 %.

Integrální kritérium regulační plochy vyjadřuje plochu regulační odchylky  $e(t) = w(t) - y(t)$ . Čím menší plocha, tím kvalitnější je regulace. Pro IAE (integrální kritérium kvadratické regulační plochy) platí vztah pro analogový a diskrétní signál

$$I_{IAE} = \int_0^\infty |e(t)| dt \approx T \sum_{i=0}^k |e(iT)|. \quad (2.36)$$

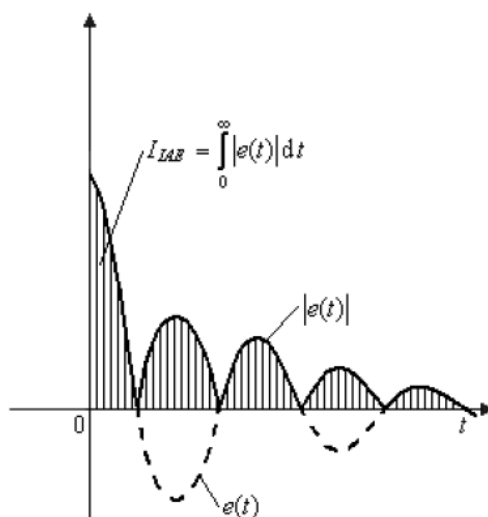
Kritérium ITAE v sobě zahrnuje regulační odchylku i čas a platí

$$I_{ITAE} = \int_0^\infty t |e(t)| dt \approx T \sum_{i=0}^k iT |e(iT)|. \quad (2.37)$$

Pro kvalitu regulace se využije relativní tolerance regulačního pochodu  $\delta$ , vyjádřena jako relativní změna integračního kritéria  $I_{IAE}^D$  pro číslicový regulátor ve srovnání s integračním kritériem  $I_{IAE}$  pro analogový regulátor

$$\delta = \frac{I_{IAE}^D - I_{IAE}}{I_{IAE}}. \quad (2.38)$$

Tolerance by neměla překročit zadanou hodnotu  $\delta = 0,15$ .



Obr. 2.3: Regulační plocha pro kritérium IAE (Víteček, Vítečková, 2011).

## 2.6 Seřízení regulátoru – Integrační soustava

Je ověřována kvalita pro seřízení číslicových regulátorů jednotlivých přenosů regulovaných soustav, které umožňuje seřídít metoda požadovaného modelu, bez výskytu poruch. Kvalita regulace číslicového regulátoru je porovnána s analogovým regulátorem seřízený metodou MPM pro analogový regulátor. Pro simulace je použit regulátor použit PID blok z knihovny Simulink. Filtrační konstanta je stanovena na  $N = 10$ . Analogové regulátory jsou seřízené metodou požadovaného modelu pro analogové regulátory.

Regulovanou soustavu  $\frac{k_1}{s} e^{-T_d s}$  je možné seřídít všemi výše vybranými metodami. Pro tuto soustavu ale nelze jednotlivé metody porovnat, protože podle tabulek MPM navrhuje použití P regulátoru a ostatní metody seřizují PI regulátor. Integrační složka odstraňuje poruchy působící před soustavou. Pro integrační soustavy tedy platí, že pomocí MPM nelze odstranit poruchu působící před soustavou. Porovnatelně lze použít jen seřízení pomocí UEM podle žádané veličiny. Pro všechny soustavy při seřízení MPM vycházíme ze stavitelných parametrů pro přesné (tab. 2.3) a přibližné (tab. 2.4) seřízení a pro seřízení analogové regulátory s přidanou polovinou dopravního zpoždění (tab. 2.5).

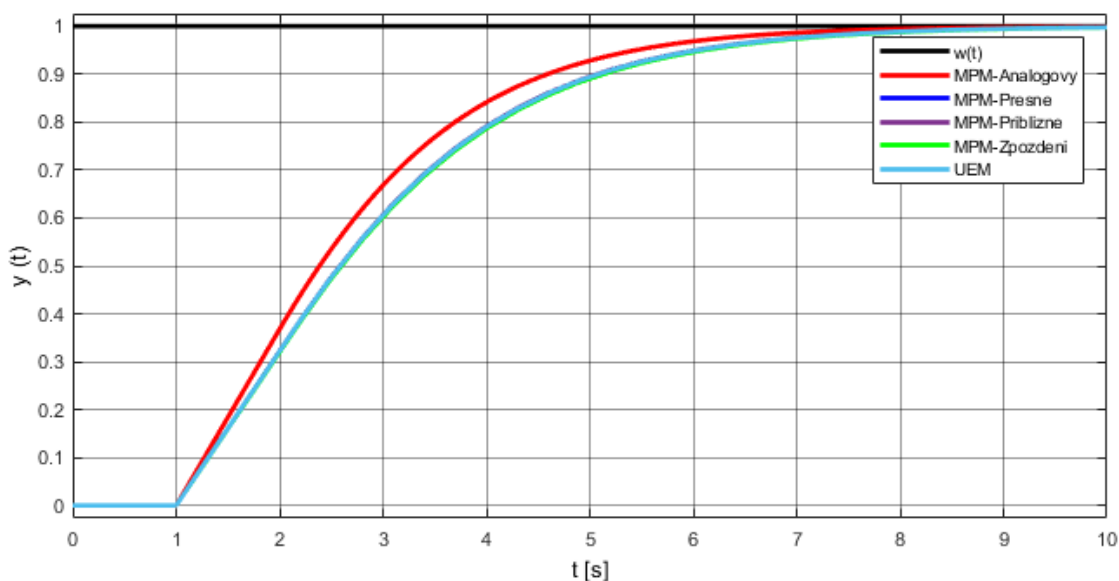
Regulovaná soustava má jednoduchý přenos  $\frac{1}{s} e^{-1s}$ . Pro tuto soustavu lze měnit jenom parametry  $T_d$  a  $k_1$ . Vzhledem k tomu, že parametr  $k_1$  nemá na kvalitu regulace vliv, je tento příklad vhodný pro zhodnocení volby vzorkovací periody na kvalitu regulace vzhledem k dopravnímu zpoždění systému a zvoleného relativního překmitu  $\kappa$ . Podle výše uvedených vztahů, volba  $T$  by měla splnit přibližný vztah  $T = 0.3T_d$ . Jsou porovnány případy, kde je nízká hodnota  $T = 0.1T_d$ , mezní hodnota  $T = 0.3T_d$  a hodnota nesplňující tuto podmínku  $T = 0.5T_d$ .

Pro jednotlivé případy je uvedena tabulka se zvolenými parametry a výslednými ukazateli regulace. Vzhledem k velkému objemu dat budou nadále vykresleny grafy jen pro jeden případ vzorkovací periody  $T$ .



Tab. 2.9 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.3679	1.7130	4.1643	5.45	0	0
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_p^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.3514	1.7912	4.4664	5.64	0	0.0456
MPM-Přibližné	0.3514	1.7912	4.4664	5.64	0	0.0456
MPM-Zpoždění	0.3504	1.7989	4.5018	5.67	0	0.0501
UEM	0.3524	1.7828	4.4282	5.61	0	0.0408
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.3223	1.9476	5.0923	6.03	0	0.1369
MPM-Přibližné	0.3223	1.9476	5.0923	6.03	0	0.1369
MPM-Zpoždění	0.3199	1.9706	5.2057	6.10	0	0.1504
UEM	0.3217	1.9531	5.1193	6.05	0	0.1402
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_p^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.2977	2.1039	5.7792	6.43	0	0.2282
MPM-Přibližné	0.2977	2.1039	5.7792	6.43	0	0.2282
MPM-Zpoždění	0.2943	2.1423	5.9801	6.56	0	0.2506
UEM	0.2960	2.1232	5.8800	6.49	0	0.2395

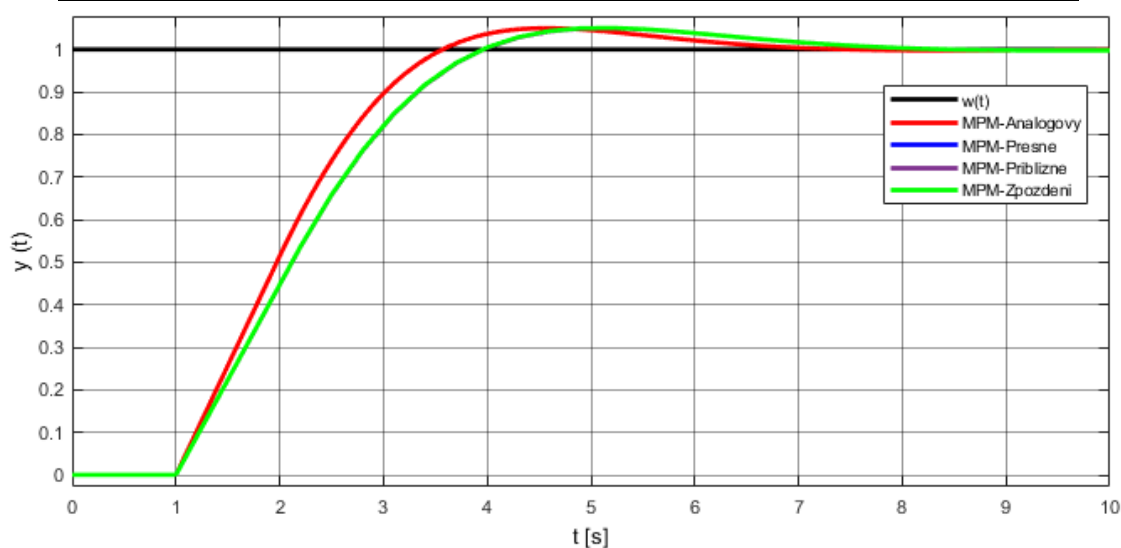


Obr. 2.4: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 0 \%$

Parametry pro přesné a přibližné vztahy využívají stejný vzorec a výsledky jsou tedy shodné. S větší vzorkovací periodou se zvětšuje doba regulace, tudíž i parametr IAE. Při mezní vzorkovací periodě je kvalita regulace blízká k teoretické relativní odchylce kvality regulace  $\delta = 0,15$  (15 %) oproti seřízení analogového regulátoru metodou požadovaného modelu. Oproti MPM s přesnými a přibližnými hodnotami dává seřízení číslicových regulátorů s MPM, kde jsou stavitelné parametry vypočítány pro analogový regulátor s přidaným zpožděním (MPM-zpoždění), jsou výsledky zanedbatelně horší a UEM dává lepší výsledky při nižší vzorkovací periodě.

Tab. 2.10 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 5 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.5144	1.1434	2.3545	4.61	5.0042	0
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.4896	1.2009	2.5346	3.36	4.977	0.0503
MPM-Zpoždění	0.4899	1.2005	2.5344	3.36	4.998	0.0499
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.4466	1.3211	2.9385	5.23	5.026	0.1554
MPM-Zpoždění	0.4473	1.3200	2.9379	5.29	5.078	0.1544
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.4105	1.4256	3.2842	3.82	4.905	0.2467
MPM-Analogové	0.4115	1.4235	3.2829	3.81	4.987	0.2449

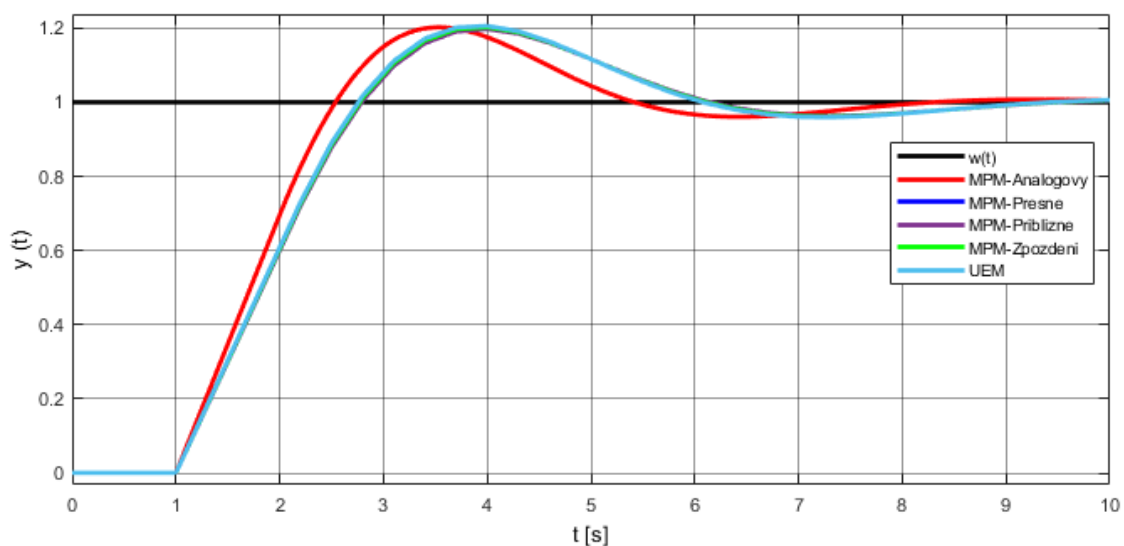


Obr. 2.5: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 5 \%$

Pro  $\kappa = 5 \%$  překmit při mezní vzorkovací periodě kvalita přesahuje doporučenou relativní odchylku. Je vhodnější zvolit vzorkovací periodu  $T = 0,28T_d$ . Seřízení MPM-zpoždění je kvalitnější o velmi malý rozdíl.

Tab. 2.11 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 20 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.6959	1.1524	2.9880	4.96	20.2171	0
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.6608	1.2078	3.2151	5.16	20.041	0.0481
MPM-Zpoždění	0.6628	1.21	3.2304	5.15	20.226	0.0499
UEM	0.6667	1.2143	3.2617	5.14	20.593	0.0537
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.6003	1.3212	3.7081	5.59	19.764	0.1465
MPM-Zpoždění	0.6051	1.3274	3.7568	5.57	20.251	0.1518
UEM	0.6087	1.3321	3.7937	5.56	20.605	0.1559
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_P^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné/ Přibližné	0.5499	1.4262	4.1674	5.94	19.612	0.2376
MPM-Zpoždění	0.5567	1.4369	4.2553	5.91	20.525	0.2468
UEM	0.56	1.4423	4.2993	5.89	20.96	0.2515



Obr. 2.6: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 20$  %

Požadovaný překmit  $\kappa = 20$  % je mezní překmit, kdy je zaručena kvalita a robustnost regulace MPM. Pro  $\kappa = 20$  % překmit dává nejlepší výsledky přesné a přibližné seřízení. UEM a MPM-zpoždění dávají velmi podobné výsledky a jsou stejně použitelné. Pro tuto soustavu je použita jenom proporcionální složka  $K$ , takže všechny metody dávají dobré výsledky. Kvalita regulačního pochodu tedy závisí nejvíce na vzorkovací periodě.

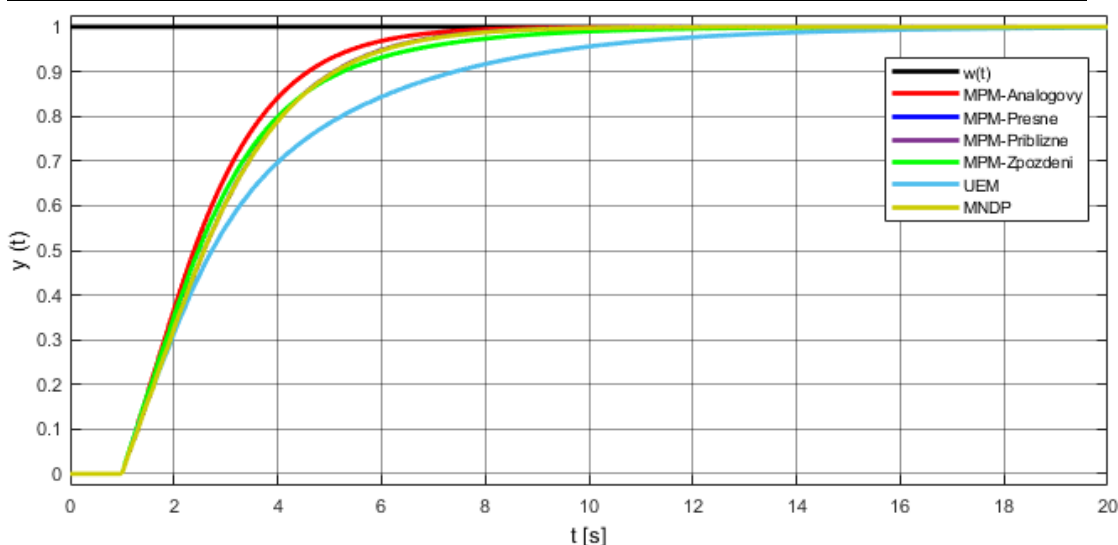
## 2.7 Seřízení regulátoru – Proporcionální soustava se setrvačností 1. řádu

Regulovanou soustavu  $\frac{k_1}{T_1s+1}e^{-T_d s}$ , je možné seřídit všemi vybranými metodami. Postup ověřování seřízení je stejný jako v minulém bodě. Kvalita regulace je ověřována i pro různé parametry této soustavy.

Pro první soustavu jsou zvoleny parametry  $k_1 = 1, T_1 = 1, T_d = 1, N = 10$  a přenos soustavy má tvar  $G_s = \frac{1}{1s+1}e^{-1s}$ .

Tab. 2.12 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.37	1.000	1.71	4.16	5.45	0.00	0.0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_p^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.3341	0.951	1.7904	4.4644	5.64	0.00	0.0452
MPM-Přibližné	0.3338	0.950	1.7904	4.462	5.64	0.00	0.0452
MPM-Zpoždění	0.3504	1.000	1.7981	4.6398	5.81	0.00	0.0497
UEM	0.3333	1.170	2.4520	8.67	8.62	-0.08	0.4314
MNDP	0.3334	0.951	1.7962	4.49	5.66	0.00	0.0486
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.2764	0.857	1.9499	5.1306	6.07	0.00	0.1383
MPM-Přibližné	0.2740	0.850	1.9499	5.1075	6.05	0.00	0.1383
MPM-Zpoždění	0.3199	1.000	1.9729	5.6864	6.65	0.00	0.1517
UEM	0.3070	1.170	2.6638	10.23	9.50	-0.17	0.5551
MNDP	0.2760	0.858	1.9555	5.16	6.09	0.00	0.1416
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_p^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.2295	0.771	2.0833	5.72	6.42	0.00	0.2162
MPM-Přibližné	0.2233	0.750	2.0836	5.6516	6.36	0.00	0.2163
MPM-Zpoždění	0.2943	1.000	2.1211	6.6815	7.46	0.00	0.2382
UEM	0.2800	1.170	2.8915	12.05	10.50	-0.33	0.6880
MNDP	0.2303	0.772	2.0765	5.69	6.40	0.00	0.2122

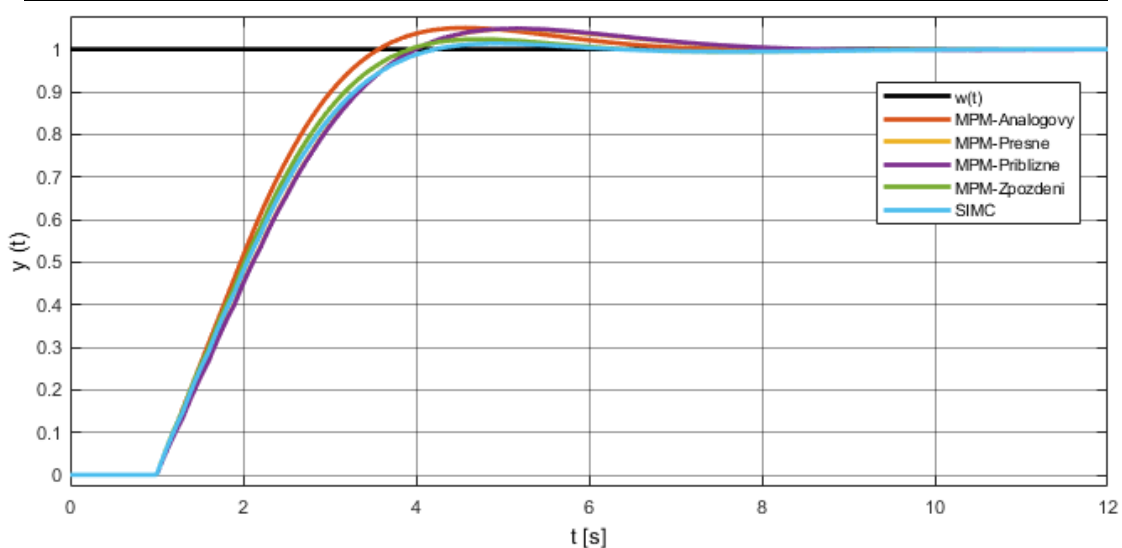


Obr. 2.7: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0,3$  s a  $\kappa = 0 \%$

Kvalita regulačního pochodu znovu závisí nejvíce na velikosti vzorkovací periody. Pro  $\kappa = 0$  MPM pro přesné a přibližné parametry dávají nejmenší velikost parametrů IAE a ITAE. Platí závěr, že pokud výsledky jsou velmi podobné, tak je pro koncového uživatele lepší zvolit parametry pro přibližný výpočet parametrů. MPM-zpoždění dává pro tento překmit horší výsledky. MNDP dává stejné hodnoty jako pro přesné seřízení MPM. Kvalita seřízení MNDP závisí na velikosti dopravního zpoždění, takže pokud  $T_1 = T_d$ , kvalita seřízení je shodná se seřízením metody požadovaného modelu. Seřízení pomocí UEM dává ve všech případech horší výsledky oproti ostatním metodám. Dá se konstatovat, že UEM je méně vhodná pro číslicové regulátory této soustavy.

Tab. 2.13 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 5 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.51	1.000	1.14	2.35	4.61	5.00	0.0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.4656	0.951	1.1999	2.53	3.36	4.98	0.0495
MPM-Přibližné	0.465	0.9500	1.20	2.53	3.36	4.9924	0.0504
MPM-Zpoždění	0.490	1	1.1411	2.30	3.31	4.1164	-0.0019
SIMC	0.476	1	1.1626	2.31	3.44	3.1330	0.0169
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.3829	0.857	1.3082	2.88	3.61	4.73	0.1443
MPM-Přibližné	0.380	0.8500	1.32	2.92	3.61	4.8764	0.1528
MPM-Zpoždění	0.447	1	1.1517	2.28	3.47	2.3381	0.0074
SIMC	0.435	1	1.1811	2.33	3.62	1.3488	0.0331
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.3164	0.771	1.4041	3.22	3.79	4.90	0.2281
MPM-Přibližné	0.308	0.7500	1.43	3.36	5.82	5.2996	0.2526
MPM-Zpoždění	0.412	1	1.1807	2.43	3.54	1.3425	0.0328
SIMC	0.400	1	1.2246	2.55	3.72	0.2418	0.0712

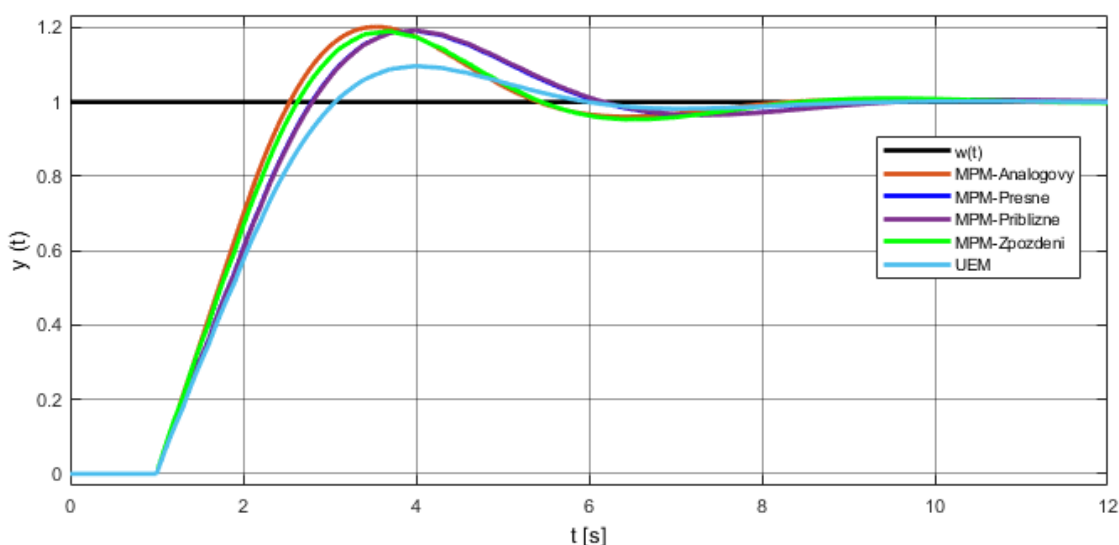


Obr. 2.8: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 5 \%$

Pro 5% překmit dochází mezi přesnými a přibližnými parametry MPM k menšímu rozdílu kvality regulace při velké periodě vzorkování, jinak je tento rozdíl zanedbatelný. Metoda SIMC a MPM-zpoždění sice dávají menší hodnoty IAE a ITAE, ale není dosaženo 5% odchylky. Při vyšší periodě se tento překmit blíží k 0.

Tab. 2.14 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 20\%$

<b>Analogový regulátor</b>	0.6959	1.000	1.153	2.995	4.96	20.217	0.000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.6283	0.951	1.2076	3.22	5.16	20.04	0.0475
MPM-Přibližné	0.628	0.9500	1.21	3.23	5.16	20.0490	0.0482
MPM-Zpoždění	0.663	1	1.1657	3.07	4.97	19.9483	0.0111
UEM	0.5714	1.000	1.0997	2.48	5.14	11.02	-0.0461
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.5147	0.857	1.297	3.603	5.56	19.218	0.125
MPM-Přibližné	0.5102	0.850	1.306	3.642	5.59	19.309	0.132
MPM-Zpoždění	0.6051	1.000	1.182	3.185	5.01	19.051	0.025
UEM	0.5217	1.000	1.102	2.473	5.05	9.694	-0.044
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.4238	0.771	1.407	4.151	5.92	19.612	0.221
MPM-Přibližné	0.4124	0.750	1.433	4.279	6.02	19.652	0.243
MPM-Zpoždění	0.5567	1.000	1.247	3.608	7.15	19.804	0.082
UEM	0.4800	1.000	1.129	2.634	5.03	9.754	-0.020



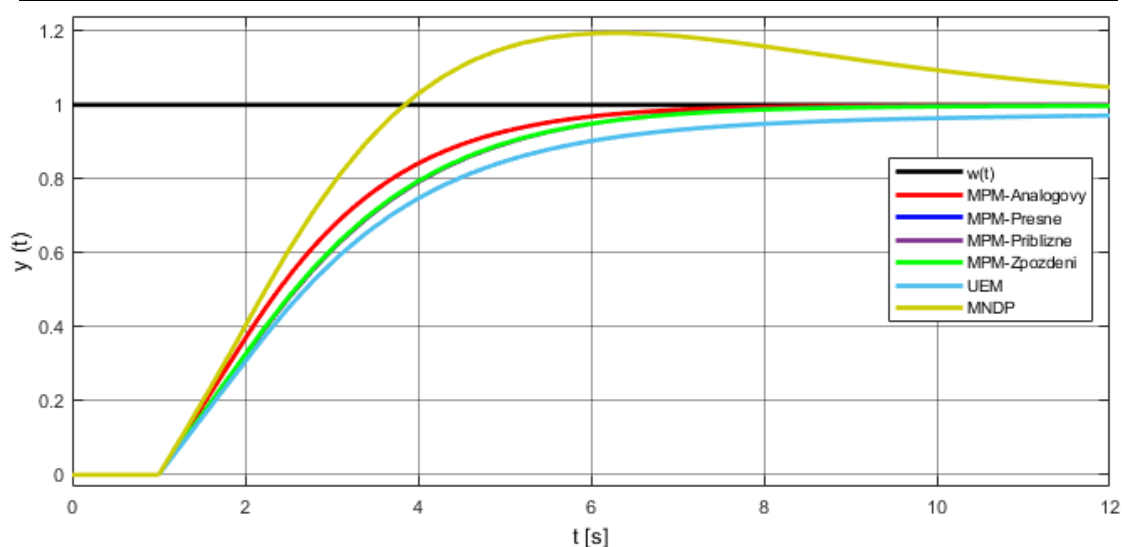
Obr. 2.9: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 20\%$

Pro 20% překmit jsou rozdíly mezi přesnými a přibližnými vztahy seřízení zanedbatelné. UEM dává kvalitní seřízení, ale nedosahuje žádaného překmitu. UEM tedy není vhodná pro číslicové regulátory. Velmi dobrých výsledků dosahuje MPM-zpoždění, kde i při dosaženém překmitu dává lepší kvalitu regulace než seřízení podle přesných vztahů. Toto seřízení je tedy vhodné při větším požadovaném překmitu.

Další testovaná soustava má zvolené parametry  $k_1 = 1, T_1 = 10, T_d = 1, N = 10$ . Regulovaná soustava má tvar  $G_s = \frac{1}{10s+1} e^{-1s}$ . Aby se zbytečně neopakovaly tabulky, bude porovnán jenom případ pro  $\kappa = 0\%$ .

Tab. 2.15 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0$

<b>Analogový regulátor</b>	3.6792	10.000	1.713	4.165	5.45	0.000	0.000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	3.4959	9.950	1.791	4.467	5.64	0.000	0.046
MPM-Přibližné	3.4959	9.950	1.791	4.466	5.64	0.000	0.046
MPM-Zpoždění	3.5040	10.000	1.796	4.550	5.64	-0.031	0.048
UEM	3.3333	11.700	2.300	9.069	7.38	-1.257	0.342
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	3.1750	9.851	1.948	5.097	6.03	0.000	0.137
MPM-Přibližné	3.1748	9.850	1.948	5.096	6.03	0.001	0.137
MPM-Zpoždění	3.1993	10.000	1.960	5.355	6.03	-0.105	0.144
UEM	3.0435	11.700	2.503	10.322	8.11	-1.485	0.461
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	2.9033	9.752	2.102	5.775	6.43	0.000	0.227
MPM-Přibližné	2.9026	9.750	2.102	5.774	6.43	0.001	0.227
MPM-Zpoždění	2.9433	10.000	2.120	6.211	6.43	-0.194	0.238
UEM	2.8000	11.700	2.701	11.617	8.94	-1.732	0.576



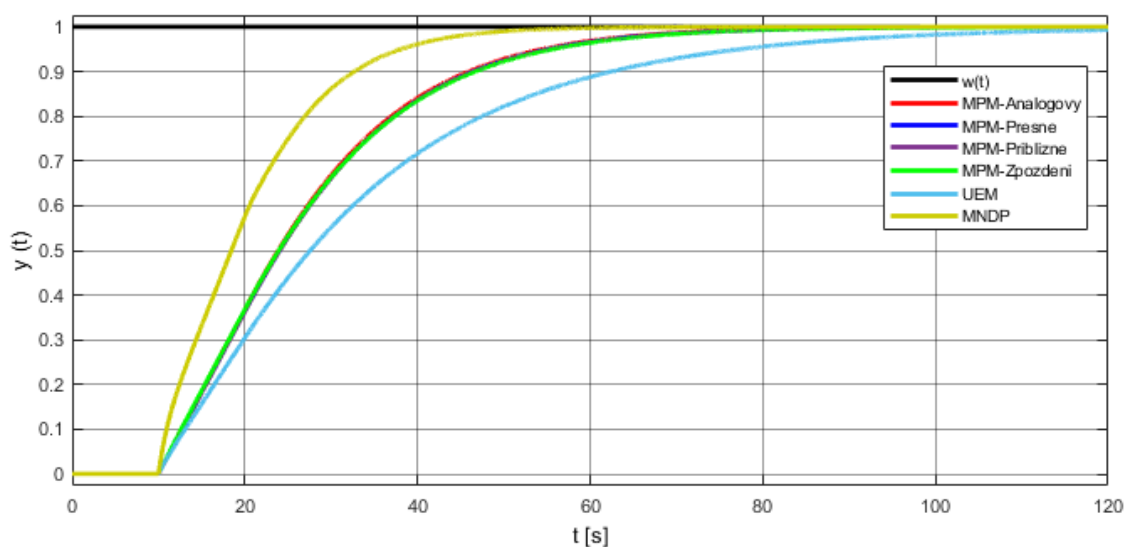
Obr. 2.10: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 0$  %

Pro tento případ nevyhovuje použití metody MNDP, která je nevhodná pro soustavy s malým dopravním zpožděním. MPM pro přesné a přibližné vztahy a MPM-zpoždění dávají stejné průběhy. UEM má problém seřadit regulátor k žádané veličině. Vzhledem k tomu, že nedochází k velkým rozdílům relativní kvality regulace se dá říci, že volba vzorkovací periody závisí více na dopravním zpoždění než na časové setrvačné konstantě. (viz vztah 1.33)

Stejný postup je provedený pro druhou sestavu se zvolenými parametry  $k_1 = 1, T_1 = 1, T_d = 10, N = 10$ . Regulovaná soustava má tvar  $G_s = \frac{1}{s+1} e^{-10s}$ .

Tab. 2.16 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0$

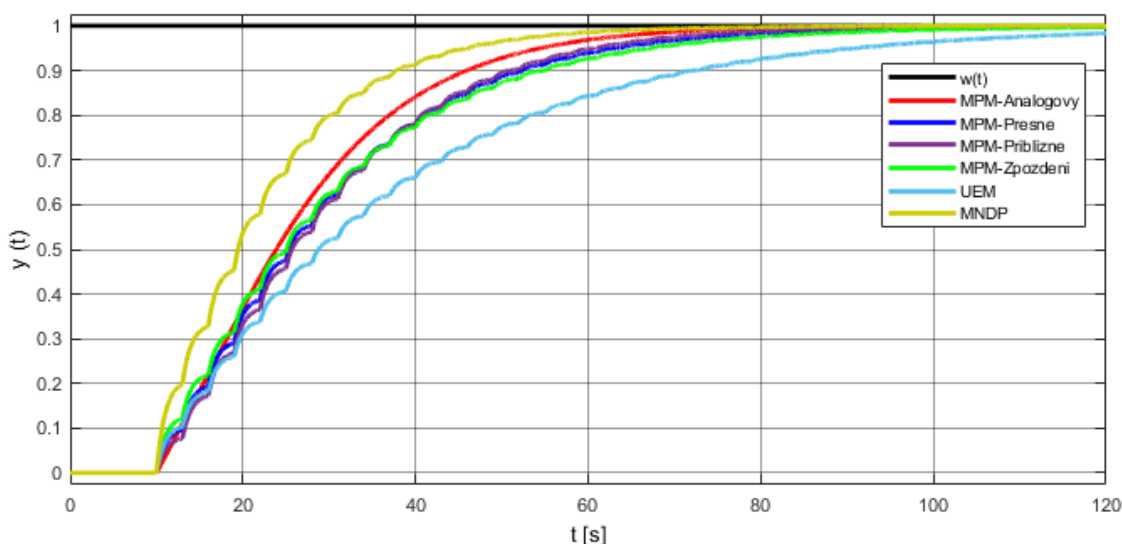
<b>Analogový regulátor</b>	0.0368	1.000	17.173	416.689	54.42	-0.015	0.000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.0311	0.857	17.410	425.932	55.05	-0.017	0.014
MPM-Přibližné	0.0308	0.850	17.410	425.733	55.02	-0.017	0.014
MPM-Zpoždění	0.0362	1.000	17.432	430.726	55.67	-0.027	0.015
MNDP	0.1309	2.695	10.429	199.645	38.04	0.000	-0.393
UEM	3.3333	11.700	2.300	9.069	7.38	-1.257	0.342
<b>Číslicový regulátor <math>T=3</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0.0051	0.157	19.574	532.357	63.05	-0.127	0.140
MPM-Přibližné	-0.0161	-0.500	19.588	513.940	61.09	-0.045	0.141
MPM-Zpoždění	0.0320	1.000	19.775	566.005	67.27	-0.274	0.151
MNDP	0.0831	1.984	12.435	272.902	46.15	-0.007	-0.276
UEM	0.0304	1.170	26.562	932.830	91.12	-1.670	0.547



Obr. 2.11: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 0$  %

Z grafu lze vidět, že MNDP dává velmi dobré výsledky pro soustavy s větším dopravním zpoždění. Kvalita je mnohem lepší než seřízení analogového regulátoru metodou požadovaného modelu. Seřízení pomocí UEM se dosahuje oproti MPM horšího výsledku. Odchylka číslicových regulátorů je velmi malá a lze tedy zvolit vyšší vzorkovací periodu. Nemusí být nutně splněna podmínka  $T < 0.3T_1$ .





Obr. 2.12: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 3$  s pro  $\kappa = 0$  %

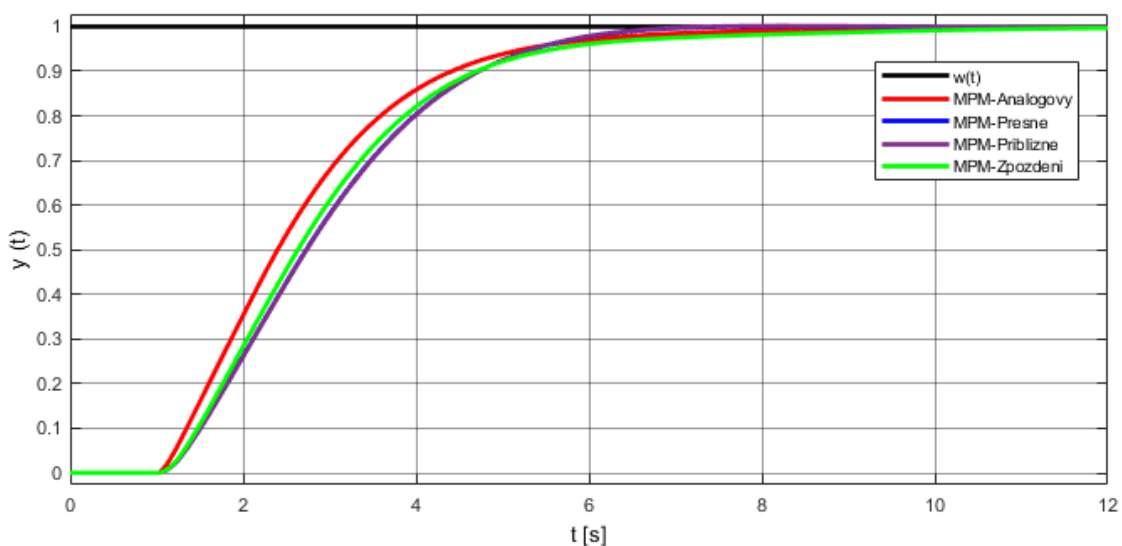
MPM-přibližné nelze použít při velké periodě vzorkování, protože vychází záporná integrační konstanta.

## 2.8 Seřízení regulátoru – Integrační soustava se 1. řádu

Regulovanou soustavu  $\frac{k_1}{s(T_1s+1)}e^{-T_d s}$  je sice možné seřadit většinou vybraných metod, ale stejně jako u integrační soustavy MPM seřizuje regulátor pro PD regulátor bez integrační regulační složky. Kvalitu regulace tedy nejde porovnat s ostatními metodami. Jsou zvoleny parametry  $k_1 = 1, T_1 = 1, T_d = 1, N = 10$  a přenos soustavy má tvar  $G_s = \frac{1}{s(1s+1)}e^{-1s}$ . Zde se kvalita regulace může lišit i podle použitého číslicového regulátoru. Pro následující ověření byl použit PID blok z knihovny MATLAB.

Tab. 2.17 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0$  %

<b>Analogový regulátor</b>	0,3679	1,0000	1,7130	4,1645	5,27	0	0
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,3514	0,9508	1,7912	4,3259	5,26	0	0,0457
MPM-Přibližné	0,3514	0,9500	1,7912	4,3235	5,26	0	0,0457
MPM-Zpoždění	0,3504	1,0000	1,7989	4,5013	5,39	0	0,0501
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,3223	0,8575	1,9492	4,6661	5,37	0,0674	0,1379
MPM-Přibližné	0,3223	0,8500	1,9530	4,6760	5,36	0,1609	0,1401
MPM-Zpoždění	0,3199	1,0000	1,9707	5,2089	5,61	0	0,1504
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.5</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,2977	0,7708	2,1632	5,5107	5,58	1,0377	0,2628
MPM-Přibližné	0,2977	0,7500	2,1861	5,6462	5,58	1,3368	0,2762
MPM-Zpoždění	0,2943	1,0000	2,1425	5,9627	5,83	0	0,2507

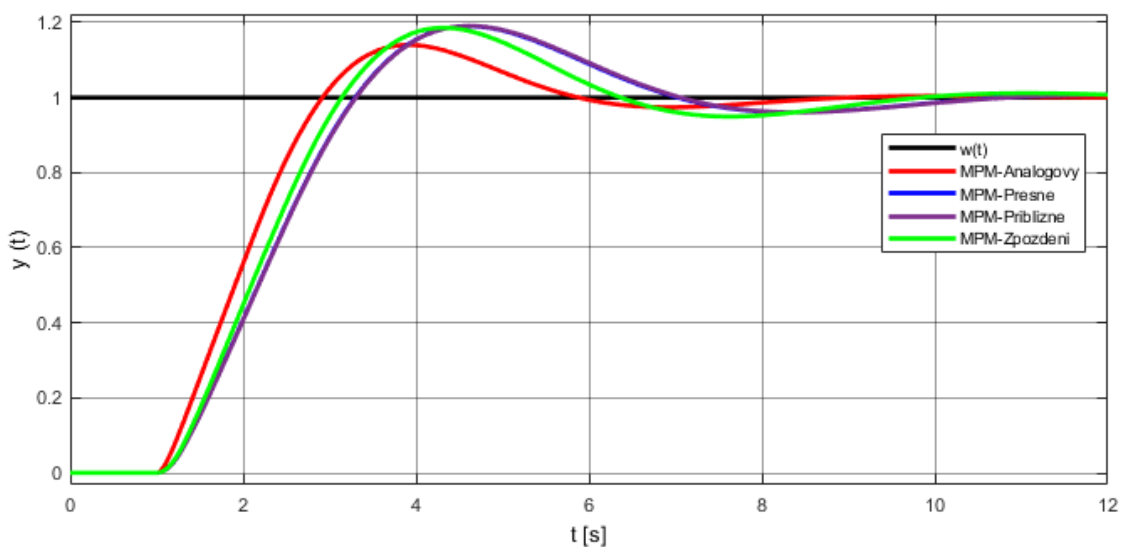


Obr. 2.13: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 5 \%$

Při použití PD s filtrační složkou regulátoru pro překmit  $\kappa = 0 \%$  může dojít u vyšší vzorkovací periody k menšímu překmitu pro přesné a přibližné seřízení. Při MPM-zpoždění k tomuto překmitu nedochází. Rozdíly mezi MPM pro přesné a přibližné vztahy jsou velmi malé.

Tab. 2.18 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 10 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0,5814	1,0000	1,2211	2,9314	5,20	14,0211	0,0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,5530	0,9508	1,3861	3,6192	5,62	15,9541	0,1351
MPM-Přibližné	0,5530	0,9500	1,3868	3,6222	5,62	15,9600	0,1357
MPM-Zpoždění	0,5537	1,0000	1,3468	3,4778	5,42	15,7554	0,1029
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_P^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,5037	0,8575	1,7163	5,2042	6,41	19,0286	0,4056
MPM-Přibližné	0,5037	0,8500	1,7246	5,2459	6,44	19,0922	0,4123
MPM-Zpoždění	0,5056	1,0000	1,6007	4,7284	7,78	18,5778	0,3109



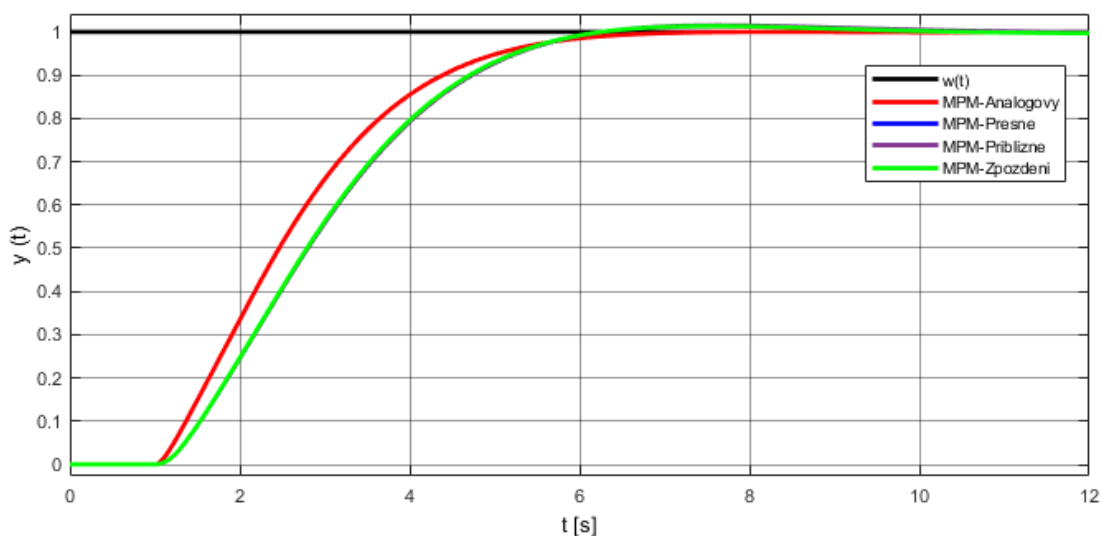
Obr. 2.14: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 10 \%$

Pro PD regulátor je problém zajistit požadovaný překmit i pro analogový regulátor. Kvalita regulace se zvyšující vzorkovací periodou se velmi rychle zhoršuje. Při mezní vzorkovací periodě dochází až ke 40 % zhoršení kvality regulace oproti analogovému regulátoru. MPM-zpoždění dává poměrně lepší výsledky než ostatní metody. Derivační složka s filtrací tedy dělá problémy se zajištěním požadovaného průběhu regulace. Metoda požadovaného modelu tedy je méně vhodná pro seřízení PD regulátoru s vyšším požadovaným překmitem.

Pro parametry  $k_1 = 1, T_1 = 10, T_d = 1, N = 10$  má přenos soustavy tvar  $G_s = \frac{1}{s(10s+1)} e^{-1s}$ .

Tab. 2.19 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 0 \%$

<b>Analogový regulátor</b>	0,3679	10,0000	1,7132	4,1659	5,04	0,0143	0,0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,3514	9,9501	1,8076	4,4581	5,09	0,3871	0,0551
MPM-Přibližné	0,3514	9,9500	1,8076	4,4579	5,09	0,3871	0,0551
MPM-Zpoždění	0,3504	10,0000	1,8105	4,5947	5,08	0,3181	0,0568
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,3223	9,8507	2,0349	5,3526	5,26	1,5198	0,1878
MPM-Přibližné	0,3223	9,8500	2,0350	5,3511	5,26	1,5199	0,1879
MPM-Zpoždění	0,3199	10,0000	2,0387	5,7518	5,23	1,3568	0,1900



Obr. 2.15: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 0 \%$

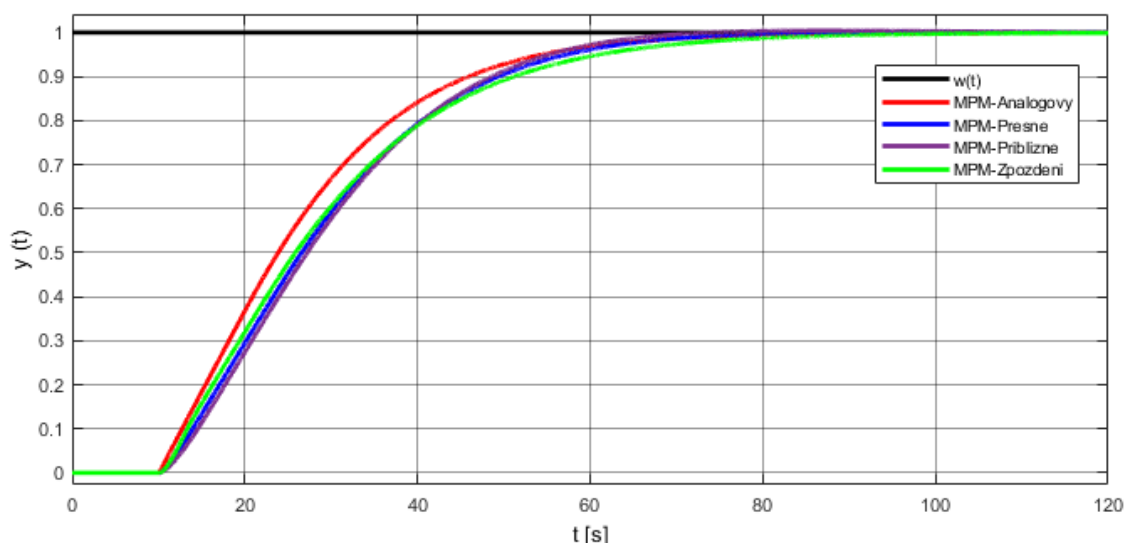
Pro tento přenos se kvalita regulace s vyšší periodou zhoršuje více než u předchozího přenosu. Derivační složka dělá velké problémy s větší velikostí setrvačné konstanty.

Pro parametry  $k_1 = 1, T_1 = 1, T_d = 10$  má přenos soustavy tvar  $G_s = \frac{1}{s(1s+1)} e^{-10s}$ .

Tab. 2.20 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality  $\kappa = 0$

<b>Analogový regulátor</b>	0,0368	1,0000	17,1733	416,6824	54,42	0	0,0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,0363	0,8575	17,4087	421,8011	54,48	0	0,0137
MPM-Přibližné	0,0363	0,8500	17,4087	421,6014	54,45	0	0,0137

MPM-Zpoždění	0,0362	1,0000	17,4306	426,6144	55,09	0	0,0150
<b>Číslicový regulátor <math>T=3</math></b>	$K_p^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,0322	0,1572	19,5568	487,5998	57,27	0,0667	0,1388
MPM-Přibližné	0,0322	-0,5000	19,7805	487,8644	55,29	0,4261	0,1518
MPM-Zpoždění	0,0320	1,0000	19,7436	520,0584	61,05	-0,0640	0,1497



Obr. 2.16: Průběhy regulovaných veličin při  $T=3$

U soustavy, kde je dopravní zpoždění větší než setrvačná složka, je možné si naopak dovolit větší vzorkovací periodu a prakticky ignorovat vztah  $T < 0,3T_1$ .

Pro integrační soustavu, kde do regulačního obvodu vstupuje porucha před regulovanou soustavou, není vhodné použít PD regulátor z důvodu neodstranění vlivu této poruchy. Pak je nutno použít s integrační složkou a 2 stupni volnosti.

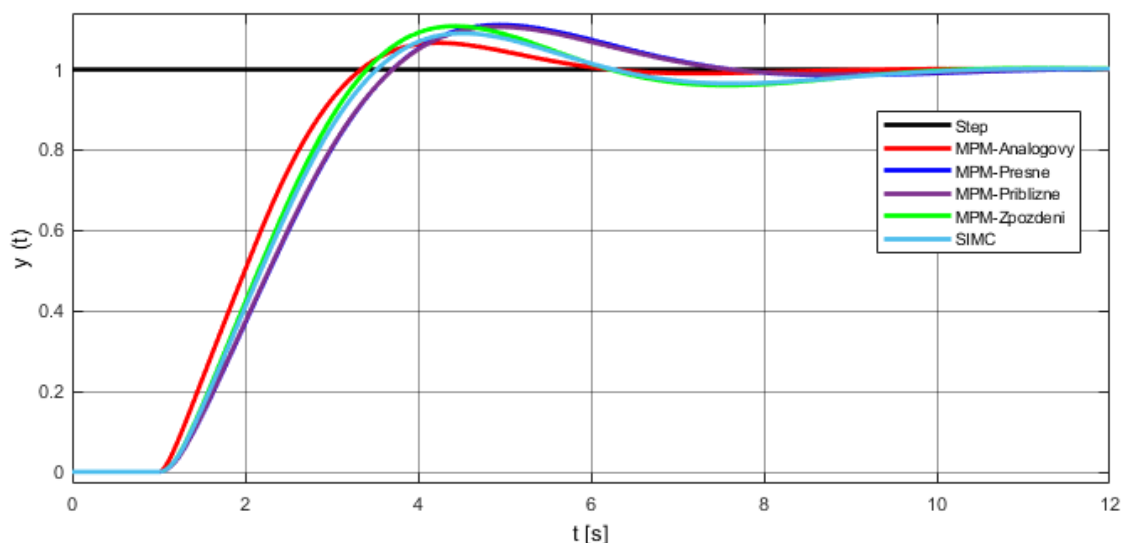
## 2.9 Seřízení regulátoru – Proporcionální soustava se setrvačností 2. řádu

Regulovanou soustavu  $\frac{k_1}{(T_1s+1)(T_2s+1)}e^{-T_d s}$  je možné seřídít metodou požadovaného modelu a metodou SIMC (překmit je 5 %). Pro zadaný přenos se navrhne PID regulátor. Jsou zvoleny parametry  $k_1 = 1, T_1 = 3, T_2 = 1, T_d = 1, N = 10$  a přenos soustavy má tvar  $G_s = \frac{1}{(3s+1)(1s+1)}e^{-1s}$ .

Tab. 2.21 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality pro  $\kappa = 5\%$

<b>Analogový regulátor</b>	2,0576	4,0000	0,7500	1,1699	2,4452	4,89	6,61	0,0000
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_p^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	1,9101	3,9011	0,7191	1,3124	2,9507	5,47	8,33	0,1219
MPM-Přibližné	1,9095	3,9000	0,7250	1,3043	2,9192	5,42	8,16	0,1149
MPM-Zpoždění	1,9596	4,0000	0,7500	1,2614	2,8073	5,13	8,07	0,0782
SIMC	1,9048	4,0000	0,7500	1,2624	2,7343	5,01	6,55	0,0791
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.3</math></b>	$K_p^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	1,6568	3,7100	0,6593	1,6002	4,1289	6,44	11,10	0,3679

MPM-Přibližné	1,6524	3,7000	0,6750	1,5762	3,9936	6,37	10,62	0,3473
MPM-Zpoždění	1,7892	4,0000	0,7500	1,4653	3,7901	5,53	10,78	0,2525
SIMC	1,7391	4,0000	0,7500	1,4549	3,6507	5,47	9,00	0,2437



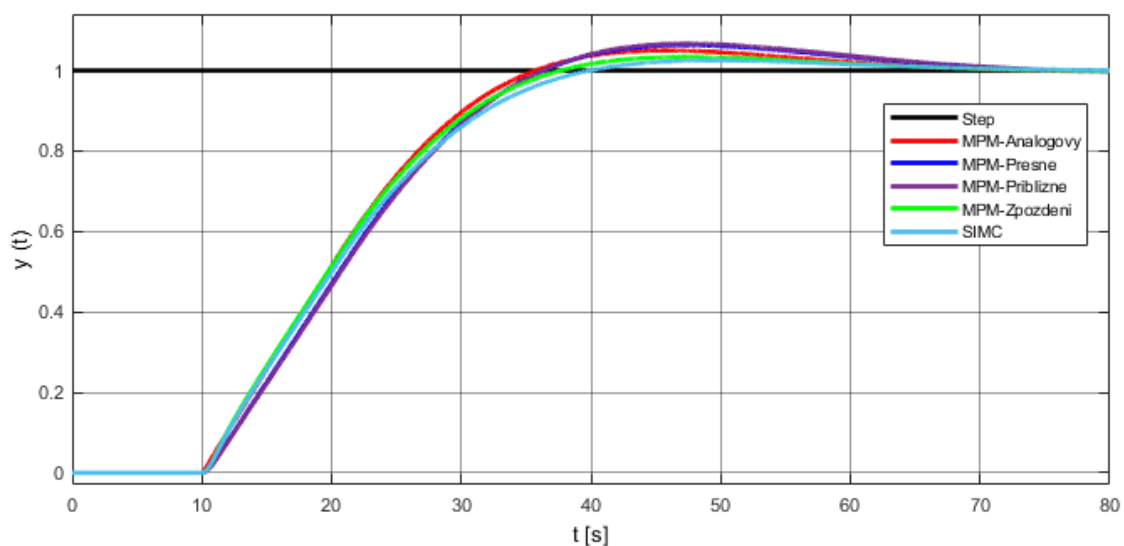
Obr. 2.17: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 0.3$  s pro  $\kappa = 5\%$

Stejně jako u integrační soustavy, pro 5 % překmit se s vyšší vzorkovací periodou zhoršuje kvalita regulace a nelze zajistit požadovaný překmit. Pro tyto soustavy dávají metody SIMC a MPM se zpožděním lepší výsledky než přímé seřízení MPM. Pro soustavy, které mají parametry podobných velikostí vhodnější zvolit nižší vzorkovací periodu.

Následuje seřízení pro zvolené parametry  $k_1 = 1, T_1 = 3, T_2 = 1, T_d = 10, N = 10$  a přenos soustavy má tvar  $G_s = \frac{1}{(3s+1)(1s+1)} e^{-10s}$ .

Tab. 2.22 Stavitelné parametry regulátoru a výsledné parametry kvality  $\kappa = 5\%$

<b>Analogový regulátor</b>	0,2058	4,0000	0,7500	11,0348	235,87	32,45	4,99	0
<b>Číslicový regulátor <math>T=0.1</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$\kappa$	$\delta$
MPM-Přesné	0,1997	3,9011	0,7191	11,6000	239,26	48,26	5,16	0,0114
MPM-Přibližné	0,1996	3,9000	0,7250	11,6021	239,37	48,29	5,16	0,0116
MPM-Zpoždění	0,2047	4,0000	0,7500	11,4452	233,55	32,55	4,82	-0,0021
SIMC	0,199	4,0000	0,7500	11,6538	235,60	33,74	3,88	0,0161
<b>Číslicový regulátor <math>T=1</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$K$	$\delta$
MPM-Přesné	0,1523	3,1097	0,4731	12,6579	275,19	54,77	6,33	0,1037
MPM-Přibližné	0,1469	3,0000	0,5000	12,8424	282,73	55,93	6,70	0,1198
MPM-Zpoždění	0,1960	4,0000	0,7500	11,2638	222,44	33,48	3,36	-0,0179
SIMC	0,19048	4,0000	0,7500	11,5296	226,53	34,85	2,51	0,0053
<b>Číslicový regulátor <math>T=2</math></b>	$K_P^*$	$T_I^*$	$T_D^*$	IAE	ITAE	$t_r$	$K$	$\delta$
MPM-Přesné	0,1132	2,4233	0,2726	13,5837	310,66	58,53	6,93	0,1836
MPM-Přibližné	0,0934	2,0000	0,2500	14,3457	344,57	61,90	8,33	0,2500
MPM-Zpoždění	0,1871	4,0000	0,7500	11,1341	213,31	34,65	1,93	-0,0298
SIMC	0,18182	4,0000	0,7500	11,479	220,34	36,28	1,23	0,0002



Obr. 2.18: Průběhy regulovaných veličin při  $T = 1$  s pro  $\kappa = 5\%$

Pokud je vyšší dopravní zpoždění v soustavě, lze si dovolit přesáhnout doporučené hodnoty vzorkovací periody  $T$ . Při vyšší vzorkovací periodě se u přesných a přibližných hodnot zvyšuje překmit a pro ostatní metody snižuje.

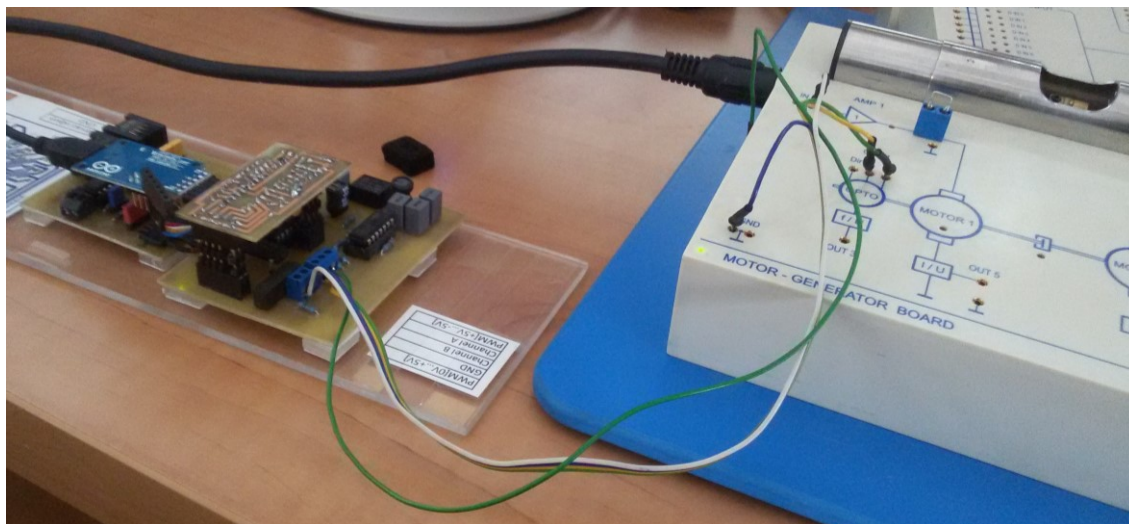
Z výsledků simulací lze vyvodit závěr, že derivační složka regulátoru se nechová podle teorie a zkresluje kvalitu výsledků z důvodu numerického řešení simulačního programu.

### 3 Ověření na reálném zařízení

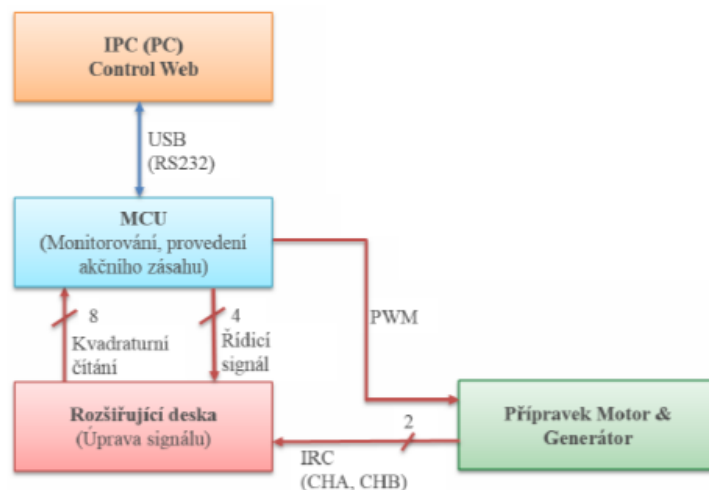
V této kapitole je zkoumána syntéza číslicového regulátoru na laboratorním modelu pro ověření simulovaných výsledků. Byl vybrán laboratorní model stejnosměrného motoru řízený mikrokontrolerem a nadřazeným IPC vytvořený v rámci diplomové práce pro využití jednočipových počítačů pro sběr dat a řízení na katedře (Czebe, 2015). Model musel být pro potřeby práce upraven.

#### 3.1 Popis a realizace laboratorního modelu

Laboratorní úloha stejnosměrného motoru od firmy RC Didactic slouží pro výzkum z oblasti identifikace a řízení. Motor je připojený k mikrokontroleru, který je připojený k nadřazenému IPC. V IPC je možné nastavovat za běhu motoru v programu Control Web parametry regulátoru, jako je žádaná hodnota,  $K_p$ ,  $T_D$ ,  $T_I$  zapnutí/vypnutí. IPC se rovněž stará o logování dat. Mikrokontroler měří otáčky z IRC snímače, vypočítává akční zásah a provádí akční zásah ve formě PWM signálu. Rozšiřující deska obsahuje DC/DC měnič z 5 V na  $\pm 12$  V a stará se o stabilizaci napájení OZ. Pro účely práce je využita varianta řízení stejnosměrného motoru v jednom směru v plném rozsahu PWM (0-1023) při  $f_{PWM} = 5 \text{ kHz}$ . Pro model lze měnit periodu vzorkování ve formě časovače pro real-time systém. Výpočet otáček závisí rovněž na tomto časovači. Nejmenší nastavitelná vzorkovací perioda je  $T = 5 \text{ ms}$ .



Obr. 3.1: Připojený laboratorní model

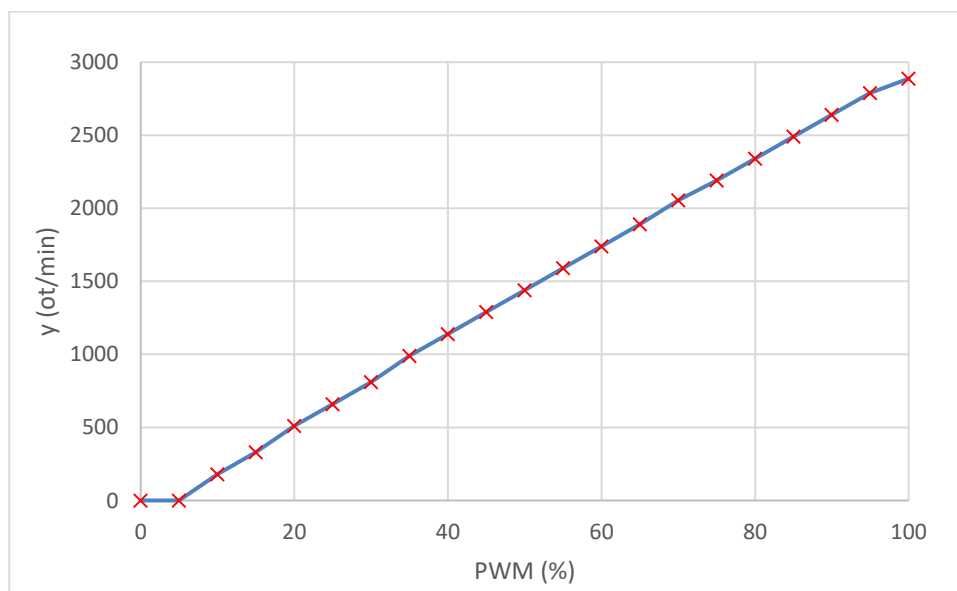


Obr. 3.2: Blokové schéma rozšiřující desky pro DC motor (Czebe, 2015)

Pro regulaci je naprogramovaný číslicový PI regulátor ve tvaru přírůstkového algoritmu

$$u(kT) = u[(k-1)T] + K_p \left(1 + \frac{T}{T_i}\right) e(kT) - K_p e[(k-1)T]. \quad (3.1)$$

Přírůstový algoritmus je používán ve všech číslicových regulátorech s integrační složkou. Mikrokontrolery jsou omezeny množstvím dat, tudíž realizace absolutního algoritmu je velice složitá. Výhodou přírůstkového algoritmu je anti-windup realizace, kdy při dosažení maximální akční veličiny dojde v následujícím vzorku ke snížení akční veličiny. Aby k tomuto jevu nedošlo při měření a aby šlo lépe zhodnotit kvalitu regulace jsou zvoleny nízké hodnoty žádané veličiny.



Obr. 3.3: Statická charakteristika motoru pro  $f_{PWM} = 5 \text{ kHz}$

Pro laboratorní model byla naměřena statická charakteristika. Motor může vykonat maximálně 2850 ot/min. Pro  $f_{PWM} = 5 \text{ kHz}$  je přechodová charakteristika lineární ale při vyšší zvolené  $f_{PWM}$  dojde k omezení otáček při menší akční veličině. Motor se sám rozběhne z klidu, pokud akční veličina bude PWM větší než 10 %. Byly naměřeny přechodové charakteristiky pro větší množství pracovních bodů, ze kterých byl určen přenos soustavy

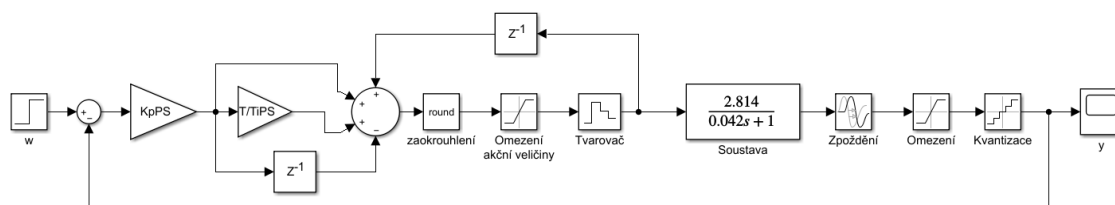


$$G_s(s) = \frac{2.182}{0.042s+1} e^{-0.0032s}. \quad (3.2)$$

Dopravní zpoždění je velmi malé a daly by se použít vztahy pro výpočet parametrů pro  $T_d = 0$  se žádanou časovou konstantou  $T_w$ . Dopravní zpoždění závisí na vzorkovací periodě, tedy časem, který systém potřebuje pro výpočet akční veličiny. Zpoždění je zhruba odhadováno na polovinu zvolené vzorkovací periody. Pro zvolený časovač  $T = 10$  ms a  $T = 20$  ms jsou přenos y

$$G_s(s) = \frac{2.182}{0.042s+1} e^{-0.0053s}, G_s(s) = \frac{2.182}{0.0437s+1} e^{-0.0115s}. \quad (3.3)$$

Laboratorní model je zpětně vytvořený v Simulink pro porovnání se simulovanými výsledky. Na obr. 3.4 je simulační schéma laboratorní model s přírůstkovým regulátorem. Je třeba brát v úvahu všechna omezení reálného modelu, např. omezení akční veličiny, zaokrouhlení na celé číslo a omezení výstupní hodnoty otáček. Otáčky jsou kvantovány, protože při nižší vzorkovací periodě je k dispozici méně signálu z IRC snímače. Při nízké vzorkovací periodě tedy není zaručena přesnost výstupní veličiny. Při nejmenší vzorkovací periodě  $T = 5$  ms je úroveň kvantování 30 ot/min a při  $T = 10$  ms je 15 ot/min.



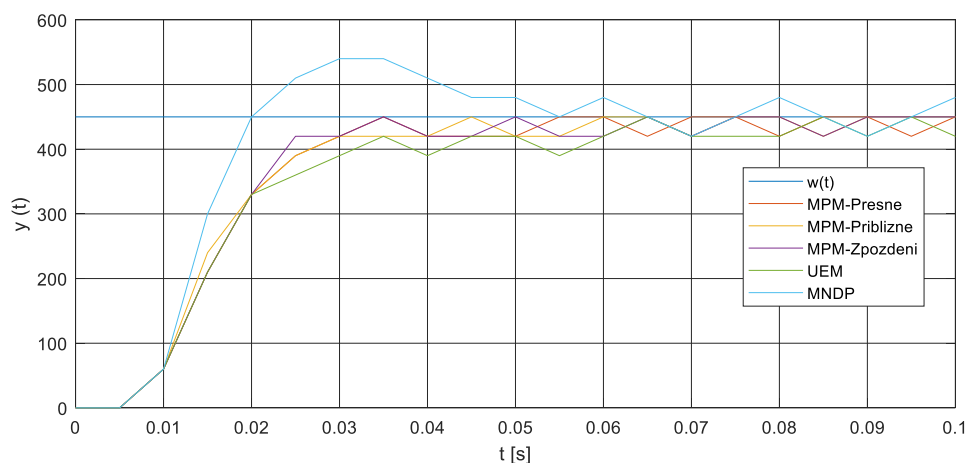
Obr. 3.4 Simulační schéma regulovaného obvodu

### 3.2 Naměřené výsledky a porovnání se simulací

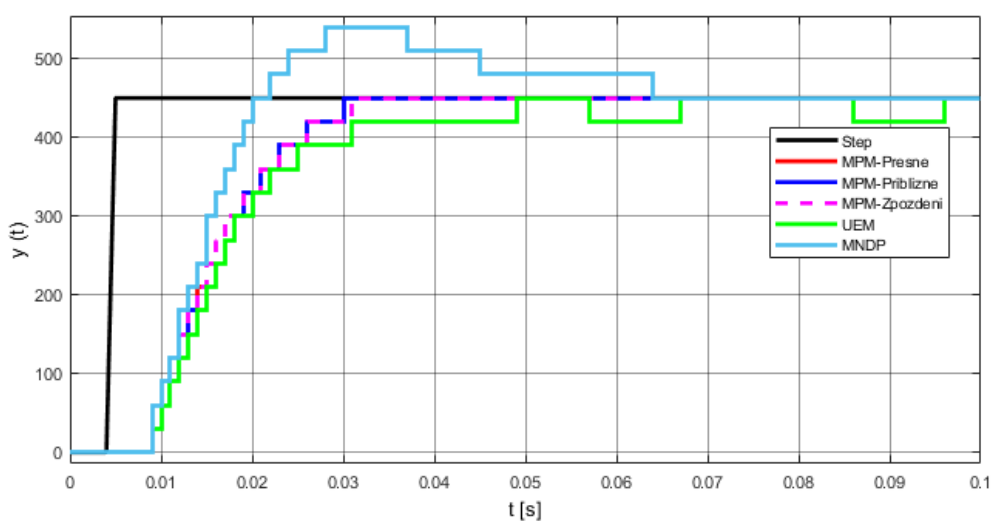
Přenos soustavy je  $G_s(s) = \frac{2.182}{0.042s+1} e^{-0.0032s}$ . Pro měření je použit stejný postup, jako v minulé kapitole. Pro soustavu je navržen PI regulátor seřízený různými metodami seřízení podle požadovaného překmitu. Kriteriaální hlediska se hůře používají pro naměřené výsledky, protože nelze zajistit přesné ustálení na žádané veličině a většímu kvantování výstupní veličiny. Kvalitu regulace je hodnocena z naměřené přechodové charakteristiky z hlediska dosaženého překmitu a doby regulace.

Tab. 3.1 Stavitelné parametry regulátoru a parametry kvality pro  $\kappa = 0$

Číslicový regulátor $T=0.005$	$K_P^*$	$T_I^*$
MPM-Přesné	1	0,04
MPM-Přibližné	1	0,04
MPM-Zpoždění	1,034	0,042
UEM	0.984	0.049
MNDP	1.137	0.019



Obr. 3.5: Přechodové charakteristiky laboratorního modelu pro  $\kappa = 0$

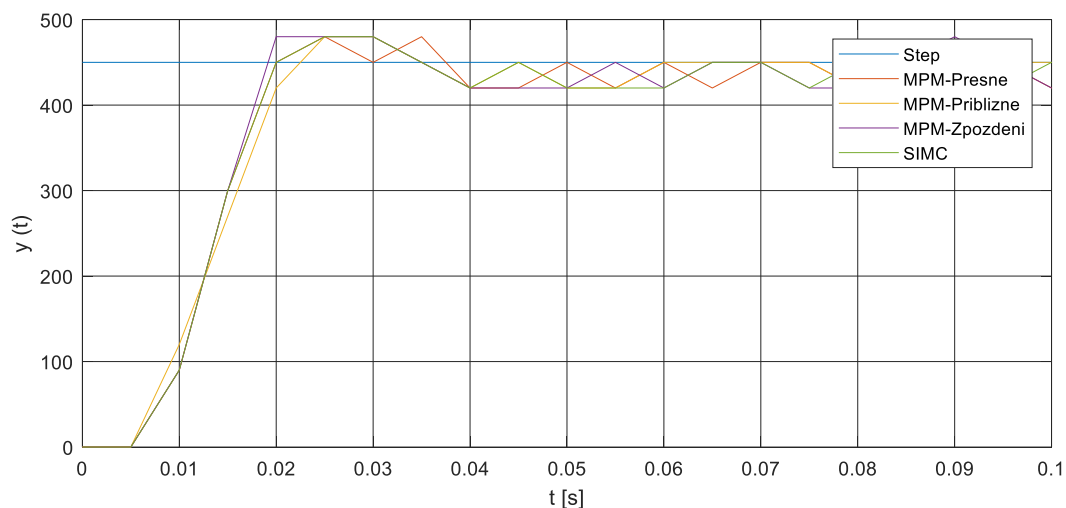


Obr. 3.6: Simulace přechodových charakteristik laboratorního modelu pro  $\kappa = 0$

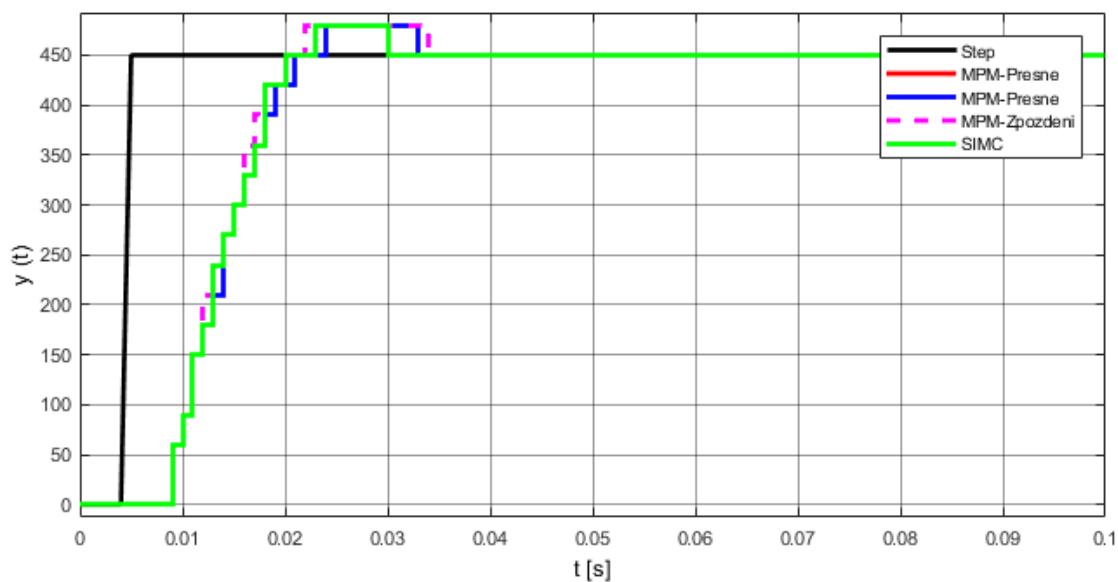
Naměřené výsledky se shodují se simulovanými hodnotami. Pro přehlednost nejsou simulované výsledky v diskrétním čase, signál byl jen kvantován. MNDP není vhodná, protože dopravní zpoždění je velmi malé. UEM oproti ostatním metodám vykazuje nepatrně horší kvalitu regulace. Mezi jednotlivými metodami MPM dochází k minimálním rozdílům. Pro laboratorní model lze uvážit kvantizační hladiny jako pásmo proporcionality.

Tab. 3.2 Stavitelné parametry regulátoru a parametry kvality pro  $\kappa = 5 \%$

Číslicový regulátor $T=0.005$	$K_p^*$	$T_I^*$
MPM-Přesné	1.1354	0.04
MPM-Přibližné	1,353	0,04
MPM-Zpoždění	1,447	0,042
SIMC	1,406	0,042



Obr. 3.7: Přechodové charakteristiky laboratorního modelu pro  $\kappa = 5 \%$

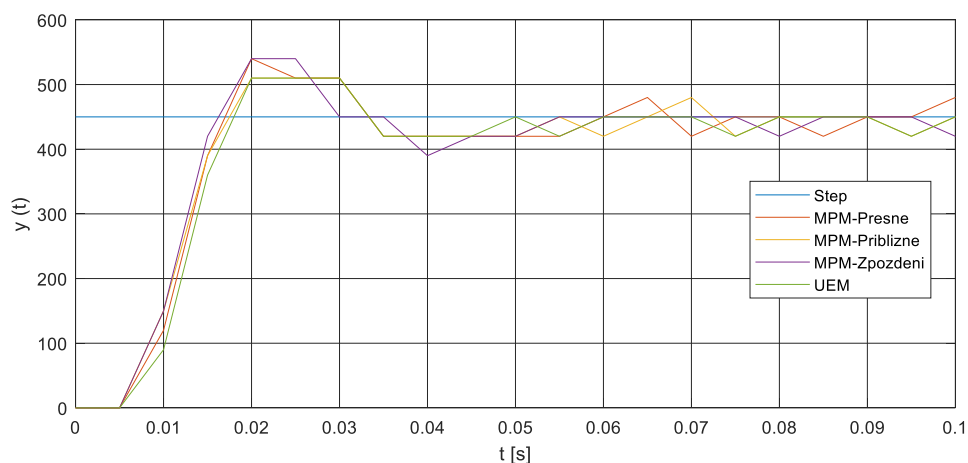


Obr. 3.8: Simulace přechodových charakteristik laboratorního modelu pro  $\kappa = 5 \%$

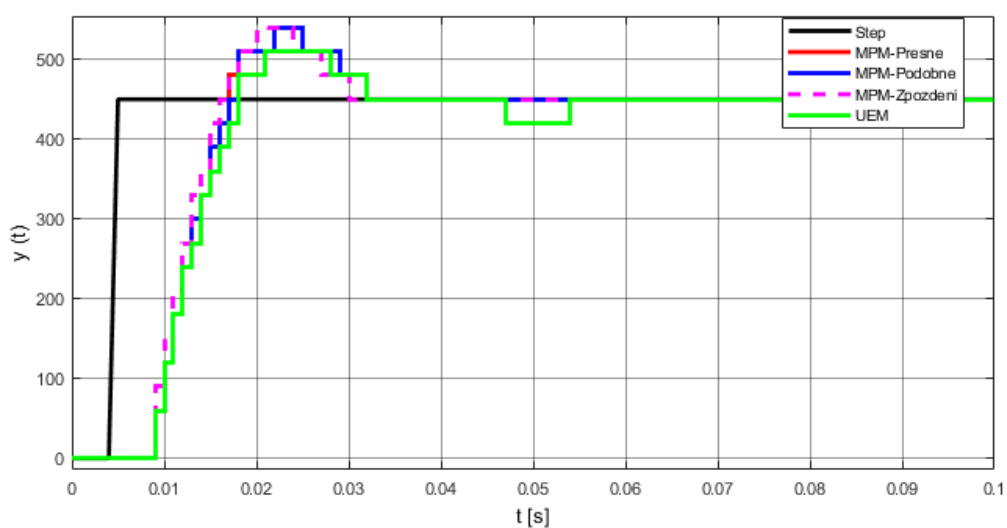
Výsledné přechodové charakteristiky pro  $\kappa = 5 \%$  vykazují malý rozdíl. Pokud uvážíme, že velikost překmitu se přibližuje velikosti kvantování, tyto metody seřízení dosahují nejmenší doby regulace.

Tab. 3.3 Stavitelné parametry regulátoru a parametry kvality pro  $\kappa = 20 \%$

Číslicový regulátor $T=0.005$	$K_p^*$	$T_I^*$
MPM-Přesné	1,79	0,04
MPM-Přibližné	1,788	0,04
MPM-Zpoždění	1,957	0,042
UEM	1,687	0,042



Obr. 3.9: Přechodové charakteristiky laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$



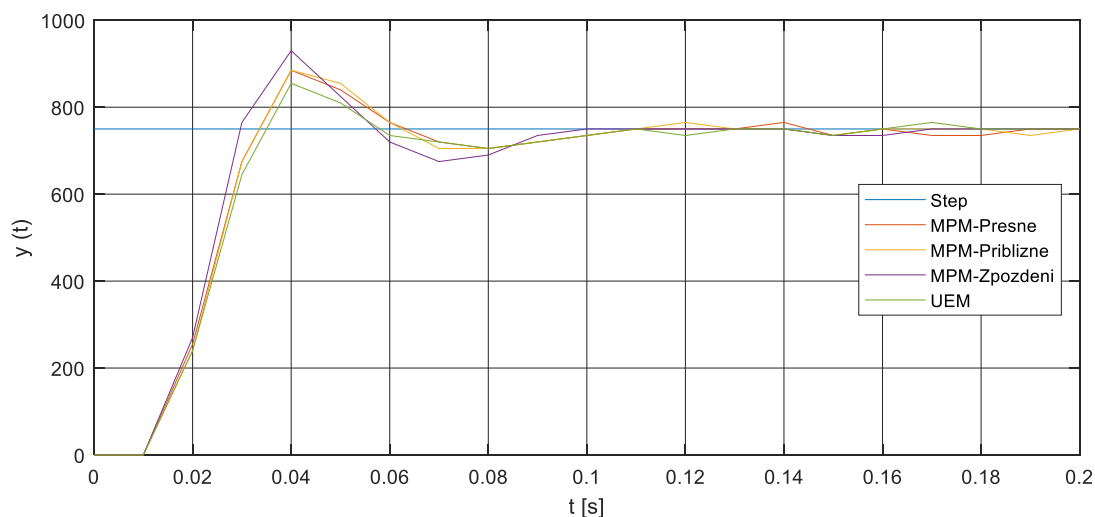
Obr. 3.10: Simulace přechodových charakteristik laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$

Požadovaný překmit lze dosáhnout i na laboratorním modelu. UEM dosahuje menšího překmitu, stejně jako u simulací ve druhé kapitole. Kromě toho všechny metody dávají dobré výsledky. Bylo dokázáno, že v simulačním programu můžeme získat přibližně stejné výsledky jako na laboratorním modelu.

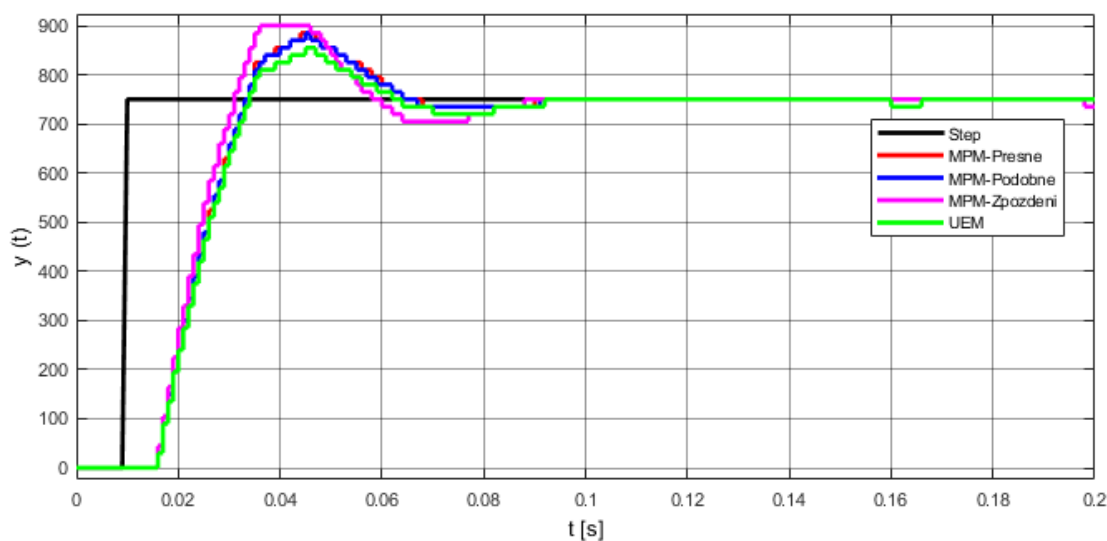
Na ukázkou ještě seřízení pro  $T = 10 \text{ ms}$  a překmit  $\kappa = 20 \%$ .

Tab. 3.4 Stavitelné parametry regulátoru a parametry kvality pro  $\kappa = 20 \%$  a  $T = 10 \text{ ms}$

Číslicový regulátor $T=0.01$	$K_P^*$	$T_I^*$
MPM-Přesné	0,866	0,037
MPM-Přibližné	0,861	0,037
MPM-Zpoždění	1,006	0,042
UEM	0,868	0,042



Obr. 3.11: Přechodové charakteristiky laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$



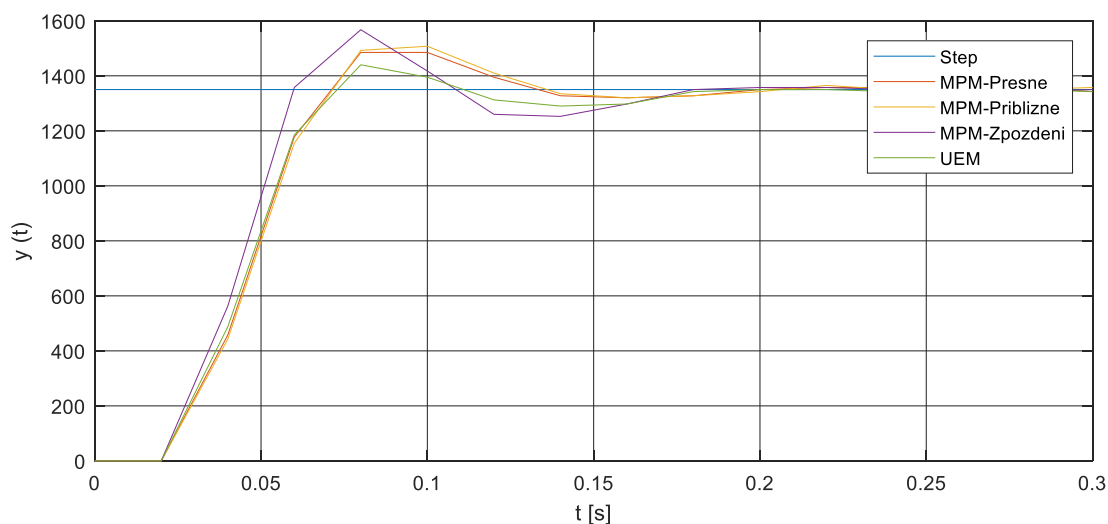
Obr. 3.12: Simulace přechodových charakteristik laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$

Naměřené přechodové charakteristiky jsou velmi podobné simulovaným přechodovým charakteristikám. MPM-zpoždění se dosahuje vyššího překmitu, ale ostatní metody dávají stejnou kvalitu regulace. V porovnání s minulým průběhem při zvýšené vzorkovací periodě se výrazně zvětšila doba regulace. Výhodou vyšší vzorkovací periody je zmenšení kvantizačních hladin, a tedy ustálení motoru na žádané veličině.

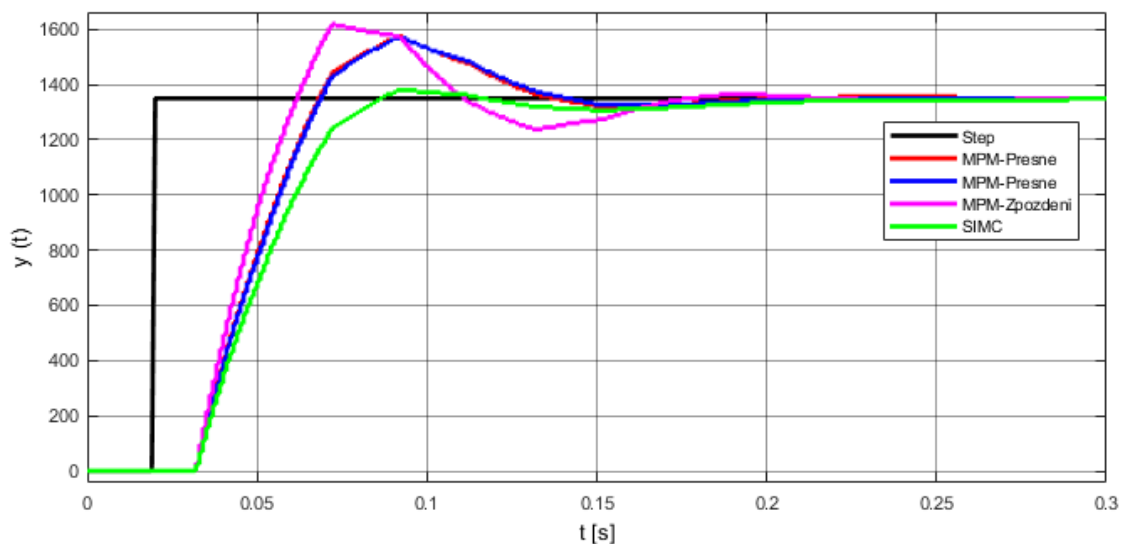
Na ukázkou ještě seřízení pro  $T = 20 \text{ ms}$  a překmit  $\kappa = 20 \%$ .

Tab. 3.5 Stavitelné parametry regulátoru a parametry kvality pro  $\kappa = 20 \%$  a  $T = 20 \text{ ms}$

Číslicový regulátor $T=0.02$	$K_p^*$	$T_I^*$
MPM-Přesné	0,677	0,033
MPM-Přibližné	0,66	0,032
MPM-Zpoždění	0,915	0,042
UEM	0.789	0,042



Obr. 3.13: Přechodové charakteristiky laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$



Obr. 3.14: Simulace přechodových charakteristik laboratorního modelu pro  $\kappa = 20 \%$

Velikost diskrétního kroku začíná zkreslovat průběhy naměřených přechodových charakteristik. Zde se ukazuje výhoda simulovaného průběhu, kde lze získat více informací o průběhu regulace. Seřízení MPM pro přesné a přibližné vztahy dávají obdobné výsledky. UEM dosahuje menšího překmitu, ale kvalita regulace je stále dobrá. Pro MPM-zpoždění se dosahuje většího překmitu, ale čas regulace je ve výsledku stejný. Všechny metody se zdají být robustní i pro velkou vzorkovací periodu.

## 4 Závěr

Číslicová regulace je velmi rozsáhlé téma. Tato diplomová práce je více zaměřena na základní vlastnosti číslicových PID regulátorů a jejich seřízení pomocí několika vybraných metod.

V diplomové práci byly podrobně popsány číslicové regulátory s důrazem na filtraci derivační činnosti a volbu vzorkovací periody. Na základě rozboru lze vytvořit velké množství simulačních modelů číslicových regulátorů vzhledem k implementaci filtrační složky a sumační a derivační náhrady. Metoda zpětné obdélníkové náhrady je více používaná v praxi a zaručuje velkou přesnost. Jsou provedeny simulace pro analogové a číslicové regulátory v programovém prostředí MATLAB. Jednotlivé regulátory jsou pro stejnou regulovanou soustavu seřizeny metodou požadovaného modelu. Mnohé varianty simulačních modelů regulátorů má stejný přenos a při dodržení jeho tvaru výpočetní algoritmus v programovém prostředí Simulink dává stejné výsledky. Z výsledků plyne, že pro simulaci seřízení regulátoru metodou požadovaného modelu je vhodnější použít číslicový regulátor poskytnutý v knihovně Simulink. V praxi se vyskytuje vysokofrekvenční šum a podle teorie je vhodnější využít standardní přenos číslicového PID regulátoru. Při použití derivační složky regulátoru simulované výsledky se trochu liší od teoretických průběhů.

Existuje spousta metod seřízení regulátoru PID, ale nelze u žádné metody říct, že je nejvhodnější pro všechny případy. Každá metoda má své výhody a nevýhody, i když není určena přímo pro syntézu číslicových regulátorů. Metoda požadovaného modelu umožňuje seřadit analogové a číslicové regulátory pro požadovaný překmit a pro velké množství regulovaných soustav. Metoda se vyznačuje svou praktickou použitelností, robustností a zajištěním kvality regulace. Není vhodná pro obvody, kde působí porucha před soustavou. Pro seřízení číslicových regulátorů lze použít i metody, které nejsou určeny pro přímou syntézu číslicových regulátorů, pokud se zvýší hodnota dopravního zpoždění soustavy o polovinu vzorkovací periody. Tento způsob syntézy byl aplikován i na MPM a dává dobré výsledky seřízení.

Byla porovnána kvalita regulace pro různé regulované soustavy vybranými metodami seřízení. Nejdůležitější jsou výsledky pro seřízení proporcionální soustavy se setrvačností 1. řádu, pro které lze použít všechny vybrané metody. Seřízení metodou požadovaného modelu přesnými a přibližnými parametry dávají většinou shodné výsledky a pro koncového uživatele je tedy doporučeno používat tabulku pro přibližné vztahy. Metoda násobného dominantního pólu je vhodná jenom pro soustavy s velkým dopravním zpožděním. Metoda SIMC, která je velmi podobná MPM, dává přibližně stejnou kvalitu regulace. Univerzální experimentální metoda je méně vhodná pro seřízení číslicových regulátorů. Pro některé případy, kdy je požadován větší překmit a hodnota dopravního zpoždění je větší, než setrvačná konstanta, je kvalita regulace lepší, než když jsou stavitelné parametry vypočteny podle tabulek 2.1 a 2.2. Lze tedy vždy najít metodu, která dává lepší výsledky.

Pro ověření výsledků jsem vybral laboratorní model stejnosměrného motoru. Motor byl trochu upraven pro potřeby práce. Byla ověřena kvalita regulace pro

proporcionální soustavu se setrvačností 1. řádu. Soustava má velmi malé dopravní zpoždění, a mohly by být použity vztahy pro výpočet stavitelných parametrů pro soustavy bez dopravního zpoždění. Získané průběhy se shodují se simulovanými hodnotami motoru. Lze tedy říci, že v simulovaném prostředí lze získat dost přesné výsledky pro praktické prostředí. Pro praktické využití je tedy nutné zajistit, aby byla vhodně zvolená vzorkovací perioda . Volba by měla nejvíce záviset na velikosti dopravního zpoždění.



## Seznam použité literatura

- CZEBE, J. *Nasazení jednočipových počítačů pro sběr dat a řízení* [online]. Ostrava, 2015 [cit. 2019-04-14]. Dostupné z: <http://hdl.handle.net/10084/109555>. Diplomová práce. Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava.
- Fadali, M., Visioli, A. *Digital control engineering: analysis and design*. Burlington: Elsevier/Academic Press, c2009, 536 s. ISBN 978-0-12-374498-2.
- O'dwyer, A. *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. Third edition. London: Imperial College Press, 2009, 624 s. ISBN 978-1-908978-77-6.
- Karban, P. *Výpočty a simulace v programech Matlab a Simulink*. Brno: Computer Press, 2006, 220 s. ISBN 80-251-1301-9.
- Leondes, Cornelius T. *Discrete-time control system analysis and design*. Amsterdam: Elsevier, 2007. Control and dynamic systems, v. 71. ISBN 978-0-12-012771-9.
- Pivoňka, P. *Číslicová řídicí technika*. Brno: VUT v Brně, 2003, 151 s.
- Noskievič, P. *Modelování a identifikace systémů*. Ostrava: Montanex, 1999, 276 s. ISBN 80-7225-030-2.
- Skogestad, S., Postlethwaite, I. *Multivariable feedback control: analysis and design*. 2nd ed. Chichester: Wiley, c2005, 574 s. ISBN 0-470-01168-8.
- Sung, S. W., Lee J., Lee, I. *Process identification and PID control*. Singapore: Wiley-IEEE Press, c2009, 411 s. ISBN 978-0-470-82410-8.
- Šulc, B., Vítěčková M. *Teorie a praxe návrhu regulačních obvodů*. Praha: Vydavatelství ČVUT, 2004, 333 s. ISBN 80-01-03007-5.
- Veloni, A., Miridakis, N. *Digital control systems: theoretical problems and simulation tools*. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2018, 435 s. ISBN 978-1-138-03920-9.
- VISIOLI, A. *Practical PID control*. London: Springer, c2006, 310 s. Advances in industrial control. ISBN 1-84628-585-2.
- Vítěčková, M. *Metoda požadovaného modelu*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2017, 97 s. ISBN 978-80-248-4052-9.
- Vítěčková, M., Vítěček, A. *Vybrané metody seřizování regulátorů*. Ostrava: Vysoká škola báňská – Technická univerzita Ostrava, 2011, 229 s. ISBN 978-80-248-2503-8.
- Vítěčková, M., Vítěček, A. *Základy automatické regulace*. Přepřac. 2. vyd. Ostrava: VŠB – Technická univerzita Ostrava, 2008 243 s. ISBN 978-80-248-1924-2.
- Xue, D., Yangquan C. *Modeling, analysis and design of control systems in MATLAB and Simulink*. London: World Scientific Publishing, 2015, 558 s. ISBN 978-981-4618-45-8.

## **Poděkování**

Rád bych poděkoval své vedoucí diplomové práce prof. Ing. Miluši Vítečkové, CSc. za poznatky a pomoc k vykonání diplomové práce. Dále bych rád poděkoval Ing. Jiřímu Czebe a doc. Ing. Jaromíru Škutovi, Ph.D. za poskytnutí a pomoc při práci na laboratorním modelu.

Tato diplomová práce vznikla za podpory projektu Aplikační výzkum v oblasti řízení strojů a procesů – SP2019/51 financovaného Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy České republiky.